

(4) $P(x) = x^3 - 4x^2 - 11x + 30$ とする

$P(2) = 2^3 - 4 \cdot 2^2 - 11 \cdot 2 + 30 = 0$

よって、 $P(x)$ は $x-2$ を因数にもつ。

右の割り算から

$$P(x) = (x-2)(x^2 - 2x - 15)$$

さらに因数分解して

$$x^3 - 4x^2 - 11x + 30$$

$$= (x-2)(x+3)(x-5)$$

(5) $P(x) = x^3 + x^2 + 4$ とする

$P(-2) = (-2)^3 + (-2)^2 + 4 = 0$

よって、 $P(x)$ は $x+2$ を因数にもつ。

右の割り算から

$$P(x) = (x+2)(x^2 - x + 2)$$

したがって

$$x^3 + x^2 + 4$$

$$= (x+2)(x^2 - x + 2)$$

(6) $P(x) = x^3 - 5x^2 + 5x + 2$ とする

$P(2) = 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 + 2 = 0$

よって、 $P(x)$ は $x-2$ を因数にもつ。

右の割り算から

$$P(x) = (x-2)(x^2 - 3x - 1)$$

したがって

$$x^3 - 5x^2 + 5x + 2$$

$$= (x-2)(x^2 - 3x - 1)$$

[3ROUND数学II 問題87]

解説

(1) 左辺を因数分解すると $(x+2)(x^2 - 2x + 4) = 0$

よって $x+2=0$ または $x^2 - 2x + 4=0$

したがって $x = -2, 1 \pm \sqrt{3}i$

(2) $x^3 = 27$ から $x^3 - 27 = 0$

左辺を因数分解すると $(x-3)(x^2 + 3x + 9) = 0$

よって $x-3=0$ または $x^2 + 3x + 9=0$

したがって $x = 3, \frac{-3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$

(3) 左辺を因数分解すると $(2x-1)(4x^2 + 2x + 1) = 0$

よって $2x-1=0$ または $4x^2 + 2x + 1=0$

したがって $x = \frac{1}{2}, \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{4}$

(4) $(x-4)^3 = -1$ において、 $x-4=X$ とおくと $X^3 = -1$

よって $X^3 + 1 = 0$

左辺を因数分解すると $(X+1)(X^2 - X + 1) = 0$

よって $X+1=0$ または $X^2 - X + 1=0$

したがって $X = -1, \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$x = X+4$ であるから $x = 3, \frac{9 \pm \sqrt{3}i}{2}$

(5) 左辺を因数分解すると $x(x^2 - x + 1) = 0$

よって $x=0$ または $x^2 - x + 1=0$

したがって $x = 0, \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

[3ROUND数学II 問題88]

解説

(1) 左辺を因数分解すると $(x^2+2)(x^2-2)=0$

よって $x^2+2=0$ または $x^2-2=0$

したがって $x = \pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{2}i$

(2) 左辺を因数分解すると $(x^2+9)(x^2-9)=0$

すなわち $(x^2+9)(x+3)(x-3)=0$

よって $x^2+9=0$ または $x+3=0$ または $x-3=0$

したがって $x = \pm 3, \pm 3i$

(3) 左辺を因数分解すると $(x^2-1)(x^2+5)=0$

すなわち $(x+1)(x-1)(x^2+5)=0$

よって $x+1=0$ または $x-1=0$ または $x^2+5=0$

したがって $x = \pm 1, \pm\sqrt{5}i$

(4) 左辺を因数分解すると $(x^2+1)^2=0$

よって $x^2+1=0$

したがって $x = \pm i$

(5) 左辺を因数分解すると $(x^2-3)(x^2+6)=0$

よって $x^2-3=0$ または $x^2+6=0$

したがって $x = \pm\sqrt{3}, \pm\sqrt{6}i$

[3ROUND数学II 問題89]

解説

(1) $P(x) = x^3 - 3x + 2$ とおく。

$$\begin{array}{r} x^2 - 2x - 15 \\ x-2 \overline{) x^3 - 4x^2 - 11x + 30} \\ \underline{x^2 - 2x^2} \\ -2x^2 - 11x \\ \underline{-2x^2 + 4x} \\ -15x + 30 \\ \underline{-15x + 30} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 2 \\ x+2 \overline{) x^3 + x^2 + 4} \\ \underline{x^3 + 2x^2} \\ -x^2 - 2x \\ \underline{-x^2 - 2x} \\ 2x + 4 \\ \underline{2x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x - 1 \\ x-2 \overline{) x^3 - 5x^2 + 5x + 2} \\ \underline{x^3 - 2x^2} \\ -3x^2 + 5x \\ \underline{-3x^2 + 6x} \\ -x + 2 \\ \underline{-x + 2} \\ 0 \end{array}$$

$P(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 + 2 = 0$

であるから、 $P(x)$ は $x-1$ を因数にもつ。

$P(x)$ を $x-1$ で割ることによ

$$P(x) = (x-1)(x^2 + x - 2)$$

さらに因数分解して

$$P(x) = (x-1)(x-1)(x+2) = (x-1)^2(x+2)$$

$P(x) = 0$ から $(x-1)^2(x+2) = 0$

したがって $x = 1, -2$

(2) $P(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ とおく。

$P(-1) = (-1)^3 + 6 \cdot (-1)^2 + 11 \cdot (-1) + 6 = 0$

であるから、 $P(x)$ は $x+1$ を因数にもつ。

$P(x)$ を $x+1$ で割ることによ

$$P(x) = (x+1)(x^2 + 5x + 6)$$

さらに因数分解して

$$P(x) = (x+1)(x+2)(x+3)$$

$P(x) = 0$ から $(x+1)(x+2)(x+3) = 0$

したがって $x = -1, -2, -3$

(3) $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 2$ とおく。

$P(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 2 = 0$

であるから、 $P(x)$ は $x-1$ を因数にもつ。

$P(x)$ を $x-1$ で割ることによ

$$P(x) = (x-1)(x^2 - x + 2)$$

$P(x) = 0$ から $(x-1)(x^2 - x + 2) = 0$

よって $x-1=0$ または $x^2 - x + 2=0$

したがって $x = 1, \frac{1 \pm \sqrt{7}i}{2}$

(4) $P(x) = 2x^3 - 7x - 2$ とおく。

$P(2) = 2 \cdot 2^3 - 7 \cdot 2 - 2 = 0$

であるから、 $P(x)$ は $x-2$ を因数にもつ。

$P(x)$ を $x-2$ で割ることによ

$$P(x) = (x-2)(2x^2 + 4x + 1)$$

$P(x) = 0$ から $(x-2)(2x^2 + 4x + 1) = 0$

よって $x-2=0$ または $2x^2 + 4x + 1=0$

したがって $x = 2, \frac{-2 \pm \sqrt{2}}{2}$

(5) $P(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$ とおく。

$P(2) = 2^3 + 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 12 = 0$

であるから、 $P(x)$ は $x-2$ を因数にもつ。

$P(x)$ を $x-2$ で割ることによ

$$P(x) = (x-2)(x^2 + 5x + 6)$$

さらに因数分解して

$$P(x) = (x-2)(x+2)(x+3)$$

$P(x) = 0$ から $(x-2)(x+2)(x+3) = 0$

したがって $x = \pm 2, -3$

(6) $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$ とおく。

$P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 + 7 \cdot (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 3 = 0$

であるから、 $P(x)$ は $x+1$ を因数にもつ。

$P(x)$ を $x+1$ で割ることによ

$$P(x) = (x+1)(2x^2 + 5x - 3)$$

さらに因数分解して

$$P(x) = (x+1)(x+3)(2x-1)$$

$P(x) = 0$ から $(x+1)(x+3)(2x-1) = 0$

したがって $x = -1, -3, \frac{1}{2}$

$$\begin{array}{r} x^2 + x - 2 \\ x-1 \overline{) x^3 - 3x + 2} \\ \underline{x^3 - x^2} \\ x^2 - 3x \\ \underline{x^2 - x} \\ -2x + 2 \\ \underline{-2x + 2} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 5x + 6 \\ x+1 \overline{) x^3 + 6x^2 + 11x + 6} \\ \underline{x^3 + x^2} \\ 5x^2 + 11x \\ \underline{5x^2 + 5x} \\ 6x + 6 \\ \underline{6x + 6} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 2 \\ x-1 \overline{) x^3 - 2x^2 + 3x - 2} \\ \underline{x^3 - x^2} \\ -x^2 + 3x \\ \underline{-x^2 + x} \\ 2x - 2 \\ \underline{2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 4x + 1 \\ x-2 \overline{) 2x^3 - 7x - 2} \\ \underline{2x^3 - 4x^2} \\ 4x^2 - 7x \\ \underline{4x^2 - 8x} \\ x - 2 \\ \underline{x - 2} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 5x + 6 \\ x-2 \overline{) x^3 + 3x^2 - 4x - 12} \\ \underline{x^3 + 3x^2} \\ -4x - 12 \\ \underline{-4x - 10x} \\ 6x - 12 \\ \underline{6x - 12} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 5x - 3 \\ x+1 \overline{) 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3} \\ \underline{2x^3 + 2x^2} \\ 5x^2 + 2x \\ \underline{5x^2 + 5x} \\ -3x - 3 \\ \underline{-3x - 3} \\ 0 \end{array}$$