

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題58]

- (1)  $5x+7>20$   
 (2)  $-8\leq a+b<0$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題59]

- (1)  $\frac{x}{10}-3\leq-4$   
 (2)  $0<a-b<9$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題60]

- (1)  $a<b$  であるから  $a+5<b+5$   
 (2)  $a<b$  であるから  $a-\frac{1}{2}<b-\frac{1}{2}$   
 (3)  $a<b, 8>0$  であるから  $8a<8b$   
 (4)  $a<b, -4<0$  であるから  $\frac{a}{-4}>\frac{b}{-4}$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題61]

- (1)  $a<b$  であるから  $a+1<b+1$   
 (2)  $a<b$  であるから  $a-3.5<b-3.5$   
 (3)  $a<b, 6>0$  であるから  $\frac{a}{6}<\frac{b}{6}$   
 (4)  $a<b, -\sqrt{2}<0$  であるから  $-\sqrt{2}a>-\sqrt{2}b$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題62]

- (1) 移項すると  $x<2+6$  よって  $x<8$   
 (2) 両辺を 4 で割って  $x>-4$   
 (3) 移項すると  $-3x\leq 10-4$   
 整理すると  $-3x\leq 6$   
 両辺を  $-3$  で割って  $x\geq-2$   
 (4) 移項すると  $9x-3x>-7+1$   
 整理すると  $6x>-6$   
 両辺を 6 で割って  $x>-1$   
 (5) 右辺のかっこをはずすと  $3x+5\geq 4x+8$   
 移項すると  $3x-4x\geq 8-5$   
 整理すると  $-x\geq 3$   
 両辺を  $-1$  で割って  $x\leq-3$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題63]

- (1) 移項すると  $x\geq 4-1$  よって  $x\geq 3$   
 (2) 両辺を  $-7$  で割って  $x<-5$   
 (3) 移項すると  $6x-x<10$   
 整理すると  $5x<10$   
 両辺を 5 で割って  $x<2$   
 (4) 移項すると  $5x-8x\geq-2-16$   
 整理すると  $-3x\geq-18$   
 両辺を  $-3$  で割って  $x\leq 6$   
 (5) 左辺のかっこをはずすと  $2x+12<7x-3$   
 移項すると  $2x-7x<-3-12$   
 整理すると  $-5x<-15$   
 両辺を  $-5$  で割って  $x>3$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題64]

- (1) 両辺に 10 を掛けると  $10\left(\frac{3}{5}x-4\right)\geq 10\left(\frac{7}{10}x-5\right)$   
 すなわち  $6x-40\geq 7x-50$   
 移項して整理すると  $-x\geq-10$   
 よって  $x\leq 10$   
 (2) 両辺に 10 を掛けると  $10(4x+1.4)<10(2.4x-1.8)$   
 すなわち  $40x+14<24x-18$   
 移項して整理すると  $16x<-32$   
 よって  $x<-2$

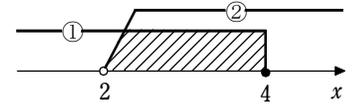
[改訂版Study-Upノート数学 I 問題65]

- (1) 両辺に 12 を掛けると  $12\left(\frac{1}{6}x-\frac{1}{2}\right)\leq 12\left(\frac{2}{3}x-\frac{5}{4}\right)$   
 すなわち  $2x-6\leq 8x-15$   
 移項して整理すると  $-6x\leq-9$   
 よって  $x\geq\frac{9}{6}$   
 すなわち  $x\geq\frac{3}{2}$   
 (2) 両辺に 100 を掛けると  $100(0.32x-0.4)>100(0.3x-0.84)$   
 すなわち  $32x-40>30x-84$

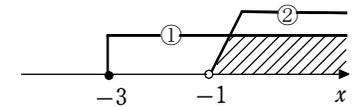
移項して整理すると  $2x>-44$   
 よって  $x>-22$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題66]

- (1)  $5x-2\leq 18$  から  $5x\leq 20$   
 よって  $x\leq 4$  …… ①  
 $-x+5<3$  から  $-x<-2$   
 よって  $x>2$  …… ②  
 ①と②の共通範囲を求めて  
 $2<x\leq 4$

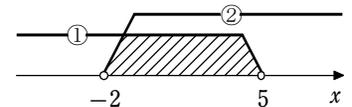


- (2)  $7x-1\geq 4x-10$  から  $3x\geq-9$   
 よって  $x\geq-3$  …… ①  
 $3x+3>-x-1$  から  $4x>-4$   
 よって  $x>-1$  …… ②  
 ①と②の共通範囲を求めて  
 $x>-1$

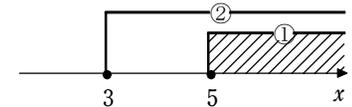


[改訂版Study-Upノート数学 I 問題67]

- (1)  $3x-4<11$  から  $3x<15$   
 よって  $x<5$  …… ①  
 $6x-1>-13$  から  $6x>-12$   
 よって  $x>-2$  …… ②  
 ①と②の共通範囲を求めて  
 $-2<x<5$



- (2)  $x+2\leq 3x-8$  から  $-2x\leq-10$   
 よって  $x\geq 5$  …… ①  
 $2(x+6)\leq 7x-3$  から  $2x+12\leq 7x-3$   
 移項して  $-5x\leq-15$   
 よって  $x\geq 3$  …… ②  
 ①と②の共通範囲を求めて  
 $x\geq 5$



[改訂版Study-Upノート数学 I 問題68]

- (1)  $\begin{cases} 4<5x-6 & \dots\dots ① \\ 5x-6<3x+10 & \dots\dots ② \end{cases}$   
 ①から  $-5x<-10$  よって  $x>2$  …… ③  
 ②から  $2x<16$  よって  $x<8$  …… ④  
 ③と④の共通範囲を求めて  $2<x<8$   
 (2)  $\begin{cases} 3x-7\leq 2x-6 & \dots\dots ① \\ 2x-6\leq 4x+4 & \dots\dots ② \end{cases}$   
 ①から  $x\leq 1$  …… ③  
 ②から  $-2x\leq 10$  よって  $x\geq-5$  …… ④  
 ③と④の共通範囲を求めて  $-5\leq x\leq 1$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題69]

- (1) 各辺に 5 を足して  $-8+5\leq 3x\leq 4+5$   
 すなわち  $-3\leq 3x\leq 9$   
 各辺を 3 で割って  $-1\leq x\leq 3$   
 (2)  $\begin{cases} 5x-3<3x+5 & \dots\dots ① \\ 3x+5<2x+6 & \dots\dots ② \end{cases}$   
 ①から  $2x<8$  よって  $x<4$  …… ③  
 ②から  $x<1$  …… ④  
 ③と④の共通範囲を求めて  $x<1$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題70]

- かっこを外して  $150+23n-115\leq 31n$   
 整理すると  $-8n\leq-35$   
 よって  $n\geq\frac{35}{8}$  すなわち  $n\geq 4.375$

不等式を満たす最小の自然数  $n$  は  $n=5$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題71]

- 両辺に 22 を掛けて  $66+2(n-1)>11n$   
 整理すると  $-9n>-64$   
 よって  $n<\frac{64}{9}$  すなわち  $n<7.1\dots$

不等式を満たす最大の自然数  $n$  は  $n=7$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題72]

1本 80 円のボールペンを  $x$  本買うとすると、1本 50 円の鉛筆は  $(15-x)$  本買うことになる。このとき、1本 50 円の鉛筆と 1本 80 円のボールペンの代金の合計は

$$50(15-x) + 80x \text{ (円)}$$

これが 1000 円以下であるから

$$50(15-x) + 80x \leq 1000$$

整理すると  $30x \leq 250$

$$\text{よって } x \leq \frac{250}{30} \quad \text{すなわち } x \leq 8.3\dots$$

不等式を満たす最大の整数  $x$  は  $x=8$  (本)

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題73]

ケーキを  $x$  個買うとすると、パイは  $(20-x)$  個買うことになる。このとき、ケーキ代とパイ代と箱代の合計金額は  $250x + 120(20-x) + 100$  (円)

これが 4000 円以下であるから

$$250x + 120(20-x) + 100 \leq 4000$$

整理すると  $130x \leq 1500$

$$\text{よって } x \leq \frac{1500}{130} \quad \text{すなわち } x \leq 11.5\dots$$

不等式を満たす最大の整数  $x$  は  $x=11$  (個)

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題74]

- (1)  $x = \pm 5$
- (2)  $-7 \leq x \leq 7$
- (3)  $x-2 = \pm 5$  から  $x=7, -3$
- (4)  $x+3 < -7, 7 < x+3$  より  $x < -10, 4 < x$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題75]

- (1)  $-12 < x < 12$
- (2)  $x \leq -9, 9 \leq x$
- (3)  $x-6 = \pm 8$  から  $x=14, -2$
- (4)  $-2 \leq x-7 \leq 2$  より、各辺に 7 を足して  $5 \leq x \leq 9$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題76]

- (1)  $1 \leq \sqrt{2} < 2$  であるから  $a=1$  よって  $b = \sqrt{2} - 1$
- (2) (1) から  $\frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$

ここで、(1)の結果より、 $\sqrt{2}$  の整数の部分は 1 であるから、 $\frac{a}{b} = \sqrt{2} + 1$  の整数の部分は 2 である。

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題77]

$$|2x-5| > x-1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

- [1]  $2x-5 \geq 0$  すなわち  $x \geq \frac{5}{2}$  のとき

$|2x-5| = 2x-5$  であるから、 $\textcircled{1}$  は  $2x-5 > x-1$   
これを解くと  $x > 4$   
条件から  $x > 4$

- [2]  $2x-5 < 0$  すなわち  $x < \frac{5}{2}$  のとき

$|2x-5| = -(2x-5)$  であるから、 $\textcircled{1}$  は  $-(2x-5) > x-1$   
これを解くと  $x < 2$   
条件から  $x < 2$

[1], [2] から、 $\textcircled{1}$  の解は  $x < 2, 4 < x$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題78]

- (1)  $\&$  (2)  $\in$  (3)  $\in$  (4)  $\&$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題79]

- (1)  $\in$  (2)  $\&$  (3)  $\in$  (4)  $\&$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題80]

16 の正の約数は、1, 2, 4, 8, 16 である。

よって  $\{1, 2, 4, 8, 16\}$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題81]

6 以下の自然数は、1, 2, 3, 4, 5, 6 である。

よって  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題82]

$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$  であるから、 $A \subset B$  である。

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題83]

$B = \{1, 3, 5, 15\}$  であるから、 $A = B$  である。

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題84]

$\{s, t\}$  の部分集合は  $\emptyset, \{s\}, \{t\}, \{s, t\}$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題85]

$\{0, 1, 2\}$  の部分集合は  $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題86]

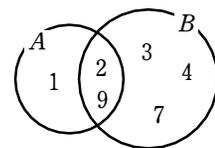
- (1)  $A, B$  のどちらにも属する要素は 2, 9

よって  $A \cap B = \{2, 9\}$

$A, B$  の少なくとも一方に属する要素は

1, 2, 3, 4, 7, 9

よって  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7, 9\}$



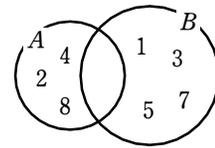
- (2)  $A, B$  のどちらにも属する要素は 1 つもない。

よって  $A \cap B = \emptyset$

$A, B$  の少なくとも一方に属する要素は

1, 2, 3, 4, 5, 7, 8

よって  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$



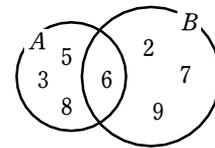
- (3)  $A, B$  のどちらにも属する要素は 6

よって  $A \cap B = \{6\}$

$A, B$  の少なくとも一方に属する要素は

2, 3, 5, 6, 7, 8, 9

よって  $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 8, 9\}$



[改訂版Study-Upノート数学 I 問題87]

- (1)  $A, B$  のどちらにも属する要素は  $0 \leq x \leq 3$  と  $2 < x \leq 6$  の共通範囲の実数である。

よって  $A \cap B = \{x \mid 2 < x \leq 3, x \text{ は実数}\}$

- (2)  $A, B$  の少なくとも一方に属する要素は  $0 \leq x \leq 3$  と  $2 < x \leq 6$  を合わせた範囲の実数である。よって  $A \cup B = \{x \mid 0 \leq x \leq 6, x \text{ は実数}\}$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題88]

- (1)  $U$  の要素で、 $A$  には属さない要素は

1, 2, 4, 5, 8

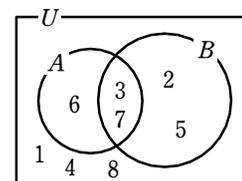
よって  $\overline{A} = \{1, 2, 4, 5, 8\}$

- (2)  $A \cap B = \{3, 7\}$  であるから

$$\overline{A \cap B} = \{1, 2, 4, 5, 6, 8\}$$

- (3)  $\overline{A} = \{1, 2, 4, 5, 8\}, \overline{B} = \{1, 4, 6, 8\}$  であるから

$$\overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 4, 8\}$$



[改訂版Study-Upノート数学 I 問題89]

- (1)  $U$  の要素で、 $B$  には属さない要素は

2, 5, 6, 8

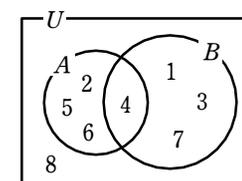
よって  $\overline{B} = \{2, 5, 6, 8\}$

- (2)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

であるから  $\overline{A \cup B} = \{8\}$

- (3)  $\overline{A} = \{1, 3, 7, 8\}, \overline{B} = \{2, 5, 6, 8\}$  であるから

$$\overline{A} \cup \overline{B} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$$



[改訂版Study-Upノート数学 I 問題90]

- (1) 自然数 13 は、1 と 13 以外に約数をもたないから素数である。

よって、与えられた命題は 真

- (2)  $3^2 = 9$  であり、 $3^2 < 9$  は成り立たない。

よって、与えられた命題は 偽

- (3) 正方形は、向かい合う 1 組の辺が平行であるから台形である。

よって、与えられた命題は 真

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題91]

- (1)  $10 = 2 \cdot 5$  であるから、10 は 5 の倍数である。

よって、与えられた命題は 真

- (2) 与えられた命題は 真

- (3)  $-1$  は整数であるが、自然数ではない。

よって、与えられた命題は 偽

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題92]

$x=17$  のとき、「17 は 51 の約数である」という命題を表す。

$51 = 3 \cdot 17$  であるから、 $x=17$  のとき 真

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題93]

$x = \sqrt{49}$  のとき、「 $\sqrt{49}$  は無理数である」という命題を表す。

$\sqrt{49} = 7$  であるから、 $\sqrt{49}$  は有理数である。

よって、 $x = \sqrt{49}$  のとき 偽

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題94]

$m=1$  は奇数であるが、素数ではない。

よって、この命題は 偽

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題95]

$a = -4$  は  $a^2 = 16$  を満たすが、 $a = 4$  を満たさない。

よって、この命題は 偽

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題96]

(1) 5の約数は 1, 5      15の約数は 1, 3, 5, 15

よって  $P=\{1, 5\}$ ,  $Q=\{1, 3, 5, 15\}$

(2)  $P \subset Q$  が成り立つから、命題  $p \Rightarrow q$  は 真

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題97]

$x = -\frac{1}{2}$  は  $x > -1$  を満たすが、 $x \geq 0$  を満たさない。

よって、この命題は 偽

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題98]

(1) 「 $a=5 \Rightarrow a^2=25$ 」は真、 「 $a^2=25 \Rightarrow a=5$ 」は偽 (反例:  $a=-5$ ) である。

よって、 $a=5$  は  $a^2=25$  であるための十分条件である。

(2) 「 $a < b \Rightarrow a - b < 0$ 」は真、 「 $a - b < 0 \Rightarrow a < b$ 」も真である。

よって、 $a < b$  は  $a - b < 0$  であるための必要十分条件である。

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題99]

(1) 「 $a + b = 2 \Rightarrow a = 1$  かつ  $b = 1$ 」は偽 (反例:  $a=0, b=2$ ),

「 $a = 1$  かつ  $b = 1 \Rightarrow a + b = 2$ 」は真である。

よって、 $a + b = 2$  は  $a = 1$  かつ  $b = 1$  であるための必要条件である。

(2) 「 $(a + b)(a - b) = 0 \Rightarrow a = b$  または  $a = -b$ 」は真、

「 $a = b$  または  $a = -b \Rightarrow (a + b)(a - b) = 0$ 」も真である。

よって、 $(a + b)(a - b) = 0$  は  $a = b$  または  $a = -b$  であるための必要十分条件である。

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題100]

(1)  $a$  は偶数である。

(2)  $a$  と  $b$  の和は 100 以下である。

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題101]

(1)  $a \equiv 5$

(2)  $a(a + b) < 0$

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題102]

(1)  $a = 1$  の否定は  $a \neq 1$        $b = -1$  の否定は  $b \neq -1$

よって、「 $a = 1$  かつ  $b = -1$ 」の否定は 「 $a \neq 1$  または  $b \neq -1$ 」

(2) 条件「 $m, n$  の少なくとも一方は偶数である」の否定は「 $m, n$  はともに偶数でない」

すなわち 「 $m, n$  はともに奇数である」

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題103]

(1)  $x > 1$  の否定は  $x \leq 1$        $y < 5$  の否定は  $y \geq 5$

よって、「 $x > 1$  かつ  $y < 5$ 」の否定は 「 $x \leq 1$  または  $y \geq 5$ 」

(2)  $x \leq -3$  の否定は  $x > -3$        $2 < x$  の否定は  $2 \geq x$

よって、「 $x \leq -3$  または  $2 < x$ 」の否定は 「 $x > -3$  かつ  $2 \geq x$ 」

すなわち 「 $-3 < x \leq 2$ 」

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題104]

(1) 逆は 「 $a^2 = 49 \Rightarrow a = 7$ 」  $a = -7$  は  $a^2 = 49$  を満たすが、 $a = 7$  を満たさない。

よって、逆は 偽

裏は 「 $a \neq 7 \Rightarrow a^2 \neq 49$ 」  $a = -7$  は  $a \neq 7$  を満たすが  $a^2 \neq 49$  を満たさない。

よって、裏は 偽

(2) 逆は 「 $a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$  または  $a = -3$ 」  $a^2 = 9$  とすると  $a = \pm\sqrt{9} = \pm 3$

よって、逆は 真

裏は 「 $a \neq 3$  かつ  $a \neq -3 \Rightarrow a^2 \neq 9$ 」  $a \neq \pm 3$  は  $a^2 \neq 9$  を満たす。

よって、裏は 真

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題105]

(1) 逆は 「 $a = 2 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0$ 」  $a = 2$  とすると、 $a^2 - 3a + 2 = 2^2 - 3 \cdot 2 + 2 = 0$

よって、逆は 真

裏は 「 $a^2 - 3a + 2 \neq 0 \Rightarrow a \neq 2$ 」  $(a - 1)(a - 2) \neq 0$  より  $a \neq 1$  かつ  $a \neq 2$

すなわち、 $a \neq 2$  を満たす。

よって、裏は 真

(2) 逆は 「 $ab > 0 \Rightarrow a > 0$  かつ  $b > 0$ 」

$a = -1, b = -2$  は  $ab > 0$  を満たすが、 $a > 0$  かつ  $b > 0$  を満たさない。

よって、逆は 偽

裏は 「 $a \leq 0$  または  $b \leq 0 \Rightarrow ab \leq 0$ 」

$a = -1, b = -2$  は  $a \leq 0$  または  $b \leq 0$  を満たすが、 $ab = 2 > 0$  である。

よって、裏は 偽

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題106]

逆は 「 $n$  は偶数  $\Rightarrow n$  は 4 の倍数」  $n = 2$  は偶数であるが、4 の倍数ではない。

よって、逆は 偽

裏は 「 $n$  は 4 の倍数でない  $\Rightarrow n$  は奇数」

$n = 2$  は 4 の倍数でないが、奇数ではない。

よって、裏は 偽

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題107]

(1) 対偶は 「 $n$  は 9 の倍数でない  $\Rightarrow n$  は 3 の倍数でない」

$n = 6$  は 9 の倍数でないが、3 の倍数である。

よって、対偶は 偽

(2) 対偶は 「 $n$  は 8 の約数  $\Rightarrow n$  は 40 の約数」

8 の約数は 1, 2, 4, 8

40 の約数は 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

よって、 $n$  が 8 の約数であるとき、 $n$  は 40 の約数である。

したがって、対偶は 真

(3) 「 $m, n$  はともに奇数」の否定は「 $m, n$  の少なくとも一方は偶数」

対偶は「 $m, n$  の少なくとも一方は偶数  $\Rightarrow mn$  は偶数」

これは 真

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題108]

(1) 対偶は 「 $x \equiv 3$  または  $y \equiv 2 \Rightarrow x + y \equiv 5$ 」

$x = 2, y = 3$  は「 $x \equiv 3$  または  $y \equiv 2$ 」を満たすが、 $x + y \equiv 5$  を満たさない。

よって、対偶は 偽

(2) 対偶は 「 $x = 1$  または  $x = 0 \Rightarrow x^2 = x$ 」

これは 真

(3) 対偶は 「 $x > 0$  かつ  $y > 0 \Rightarrow x + y > 0$ 」

これは 真

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題109]

対偶「 $n$  が偶数ならば、 $n^2 + 1$  は奇数である」を証明する。

偶数  $n$  は、ある整数  $k$  を用いて  $n = 2k$  と表され、

$$n^2 + 1 = (2k)^2 + 1 = 2 \cdot 2k^2 + 1$$

となる。 $2k^2$  は整数であるから、 $n^2 + 1$  は奇数である。

よって、対偶は真であり、もとの命題も真である。

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題110]

対偶「 $n$  が 5 の倍数ならば、 $n^2$  は 5 の倍数である」を証明する。

5 の倍数  $n$  は、ある整数  $k$  を用いて  $n = 5k$  と表され、

$$n^2 = (5k)^2 = 5 \cdot 5k^2$$

となる。 $5k^2$  は整数であるから、 $n^2$  は 5 の倍数である。

よって、対偶は真であり、もとの命題も真である。

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題111]

$1 - \sqrt{2}$  が無理数でないと仮定すると、 $1 - \sqrt{2}$  は有理数である。

その有理数を  $r$  とすると、 $1 - \sqrt{2} = r$  より  $\sqrt{2} = 1 - r$

$r$  が有理数ならば  $1 - r$  も有理数であるから、この等式は  $\sqrt{2}$  が無理数であることに矛盾する。

したがって、 $1 - \sqrt{2}$  は無理数である。

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題112]

$3 + 4\sqrt{2}$  が無理数でないと仮定すると、 $3 + 4\sqrt{2}$  は有理数である。

その有理数を  $r$  とすると、 $3 + 4\sqrt{2} = r$  より  $\sqrt{2} = \frac{r - 3}{4}$

$r$  が有理数ならば  $\frac{r - 3}{4}$  も有理数であるから、この等式は  $\sqrt{2}$  が無理数であることに矛盾する。

したがって、 $3 + 4\sqrt{2}$  は無理数である。

[改訂版Study-Upノート数学 I 問題113]

(1)  $b \neq 0$  と仮定すると、 $a + b\sqrt{5} = 0$  より  $\sqrt{5} = -\frac{a}{b}$

$a, b$  は有理数であるから、 $-\frac{a}{b}$  も有理数となり、この等式は  $\sqrt{5}$  が無理数であることに矛盾する。

したがって、 $b = 0$  である。

$a + 0 \cdot \sqrt{5} = 0$  より  $a = 0$

よって  $a = b = 0$

(2) (1) より  $2a - 6 = 7 - b = 0$

よって  $a = 3, b = 7$