33期生 理系数学 コロナに負けるな！演習 解説② /3

18 [2007 金沢工業大]

与えられた方程式から　$2x^2-9x+9=(3x^2-7x+2)-28$

よって　$x^2+2x-35=0$　　すなわち　$(x+7)(x-5)=0$

ゆえに　$x=-7,\ 5$

19 [2008 福井工業大]

$-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+3>0$ から　$x^2-x-6<0$

$(x+2)(x-3)<0$

よって　$-2<x<3$

20 [2006 桃山学院大]

2 次方程式 $2x^2-6x+1=0$ の解は　$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2\cdot1}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{7}}{2}$

よって，2 次不等式 $2x^2-6x+1<0$ の解は　$\frac{3-\sqrt{7}}{2}<x<\frac{3+\sqrt{7}}{2}$

21 [2004 福井工業大]

$6x^2-x-2<0$ の左辺を因数分解すると　$(3x-2)(2x+1)<0$

よって　$-\frac{1}{2}<x<\frac{2}{3}$

22 [2002 広島文教女子大]

$(x-1)(x-2)\leqq12$ から　$x^2-3x+2\leqq12$

ゆえに　$x^2-3x-10\leqq0$　　よって　$(x+2)(x-5)\leqq0$

これを解くと　$-2\leqq x\leqq5$

23 [2003 東北学院大]

$|x^2-x-3|\leqq3$ から　$-3\leqq x^2-x-3\leqq3$

ゆえに　$-3\leqq x^2-x-3$ ……①　かつ　$x^2-x-3\leqq3$ ……②

①を解くと，$x^2-x\geqq0$ から　$x(x-1)\geqq0$

よって　$x\leqq0,\ 1\leqq x$ ……③

②を解くと，$x^2-x-6\leqq0$ から　$(x-3)(x+2)\leqq0$

よって　$-2\leqq x\leqq3$ ……④

③と④の共通範囲を求めて　$-2\leqq x\leqq0,\ 1\leqq x\leqq3$

24 [2002 東京農業大]

$x^2\leqq4$ を解く.

$x^2-4\leqq0$ から　$(x+2)(x-2)\leqq0$　　ゆえに　$-2\leqq x\leqq2$ ……①

$3x^2-2x>1$ を解く.

$3x^2-2x-1>0$ から　$(3x+1)(x-1)>0$　　ゆえに　$x<-\frac{1}{3},\ 1<x$ ……②

①，②の共通範囲をとると　$-2\leqq x<-\frac{1}{3},\ 1<x\leqq2$

25 [1996 芝浦工業大]

$6x^2-7x-3>0$ から $(2x-3)(3x+1)>0$　ゆえに　$x<-\frac{1}{3},\ \frac{3}{2}<x$ ……①

$15x^2-2x-8\leqq0$ から $(3x+2)(5x-4)\leqq0$　ゆえに　$-\frac{2}{3}\leqq x\leqq\frac{4}{5}$ ……②

①,②から $-\frac{2}{3}\leqq x<-\frac{1}{3}$

26 [1996 麻布大]

$x^2-2ax+4=0$ ……①，$x^2-2ax+3a+4=0$ ……②

①,②の判別式をそれぞれ D_1, D_2 とする. $\frac{D_1}{4}=a^2-4,\ \frac{D_2}{4}=a^2-3a-4$

$D_1<0$ または $D_2<0$ であるから $-2<a<2$ または $-1<a<4$ より $-2<a<4$

27 [2005 京都産業大]

$x^2-2px+9=0$ の判別式を D とすると　$\frac{D}{4}=(-p)^2-1\cdot9=p^2-9=(p+3)(p-3)$

x 軸と共有点をもたないとき，$D<0$ であるから　$(p+3)(p-3)<0$

よって　$-3<p<3$

28 [2003 広島国際学院大]

判別式を D とすると　$D=a^2-4(-a+3)=a^2+4a-12=(a+6)(a-2)$

(1)　$D=0$ から　$a=-6,\ 2$

(2)　$D>0$ から　$a<-6,\ 2<a$

(3)　$D<0$ から　$-6<a<2$

29 [2000 法政大]

x 軸と共有点をもたないから $x^2+2kx+4=0$ の判別式 D について $D<0$

ゆえに　$\frac{D}{4}=k^2-4<0$ から　$-2<k<2$

これを満たす自然数 k の最大値は　1

30 [2003 明治大]

$x^2-2kx+k+2=0$ の判別式を D とする.

$y=x^2-2kx+k+2$ のグラフと x 軸とが共有点をもたないから　$D<0$

よって　$\frac{D}{4}=(-k)^2-(k+2)<0$

$k^2-k-2<0$

$(k+1)(k-2)<0$

したがって　$-1<k<2$

31 [2011 追手門学院大]

2 次方程式 $x^2-(a+3)x+a^2=0$ ……① の判別式を D とする。

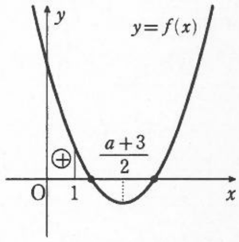
(1)　①が異なる 2 つの実数解をもつとき　$D>0$

よって　$\{-(a+3)\}^2-4a^2>0$　　ゆえに　$a^2-2a-3<0$

すなわち　$(a+1)(a-3)<0$　　したがって　$-1<a<3$

(2)　$f(x)=x^2-(a+3)x+a^2$ とする。

①が 1 より大きい異なる 2 つの実数解をもつための条件は，右の図より



$D>0$　かつ　軸について　$\frac{a+3}{2}>1$

かつ　$f(1)>0$

$D>0$ から　$-1<a<3$ ……②

$\frac{a+3}{2}>1$ から　$a>-1$ ……③

$f(1)>0$ から　$1^2-(a+3)\cdot1+a^2>0$　　よって　$a^2-a-2>0$

すなわち　$(a+1)(a-2)>0$　　これを解くと　$a<-1,\ 2<a$ ……④

②，③，④の共通範囲を求めて　$2<a<3$

32 [2010 名城大]

2 次方程式 $x^2+8mx+7m^2+1=0$ の判別式を D とすると

$\frac{D}{4}=(4m)^2-(7m^2+1)=9m^2-1$

放物線 $y=x^2+8mx+7m^2+1$ が x 軸と接するための条件は　$D=0$

よって　$9m^2-1=0$

これを解くと　$m=\pm\frac{1}{3}$　　$m>0$ であるから　$m={}^{ア}\frac{1}{3}$

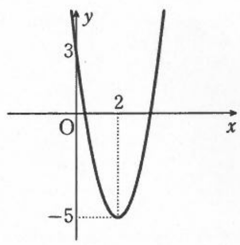
また，接点の x 座標は　$-\frac{8m}{2}=-4\cdot\frac{1}{3}={}^{イ}-\frac{4}{3}$

33 [2003 京都学園大]

(1)　$y=2x^2-8x+3$ から　$y=2(x-2)^2-5$

よって，グラフは下に凸で，頂点の座標は　$(2,\ -5)$

したがって，グラフは右の図のようになる.



(2)　頂点の座標が $(2,\ -5)$ であるから，

$y=-x^2+ax+b$ は $y=-(x-2)^2-5$ と表される.

$y=-(x-2)^2-5$ から　$y=-x^2+4x-9$

$y=-x^2+ax+b$ と係数を比較して　$a=4,\ b=-9$

(3)　$y=0$ とすると

$2x^2-8x+3=0,\ -3x^2+cx+d=0$

x 軸との 2 つの交点が同じであるとき，この 2 つの 2 次方程式は同じ解をもつ.

よって，$-3x^2+cx+d=-\frac{3}{2}(2x^2-8x+3)$ とおける.

すなわち　$-3x^2+cx+d=-3x^2+12x-\frac{9}{2}$

係数を比較して　$c=12,\ d=-\frac{9}{2}$

34 [2015 広島修道大]

$z=x^2+y^2$ とおく。

$x,\ y$ が $y=-x^2+1,\ -1\leqq x\leqq2$ を満たすから

$z=x^2+(-x^2+1)^2=x^4-x^2+1\ (-1\leqq x\leqq2)$

ここで，$t=x^2$ とおくと　$z=t^2-t+1=\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$

$-1\leqq x\leqq2$ のとき，t は $x=0$ で最小値 0，$x=2$ で最大値 4 をとるから

$0\leqq t\leqq4$ ……①

よって，①の範囲において，$z=x^2+y^2$ は

$t=4$ すなわち $x=2,\ y=-3$ で最大値　${}^{ア}13$

$t=\frac{1}{2}$ すなわち $x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}},\ y=\frac{1}{2}$ で最小値　${}^{イ}\frac{3}{4}$

をとる。