35 [2015 東京理科大]

$f(x)=ax^2+4ax+a^2-1$ を変形すると　　$f(x)=a(x+2)^2+a^2-4a-1$

区間 $-4\leqq x\leqq 1$ の中央の値は　　$-\dfrac{3}{2}$

[1]　$a>0$ のとき

$f(x)$ のグラフは下に凸の放物線であり，$-4\leqq x\leqq 1$ において $f(x)$ は $x=1$ で最大値 $f(1)$ をとる。

$f(1)=a^2+5a-1$ であるから，$f(1)=5$ とすると　　$a^2+5a-1=5$

すなわち　　$a^2+5a-6=0$　　　よって　　$(a+6)(a-1)=0$

ゆえに　　$a=-6,\ 1$

このうち，$a>0$ を満たすものは　　$a=1$

[2]　$a=0$ のとき　　$f(x)=-1$ となり，条件を満たさない。

[3]　$a<0$ のとき

$f(x)$ のグラフは上に凸の放物線であり，$-4\leqq x\leqq 1$ において $f(x)$ は $x=-2$ で最大値 $f(-2)$ をとる。

$f(-2)=a^2-4a-1$ であるから，$f(-2)=5$ とすると　　$a^2-4a-1=5$

すなわち　　$a^2-4a-6=0$　　　よって　　$a=2\pm\sqrt{10}$

このうち，$a<0$ を満たすものは　　$a=2-\sqrt{10}$

以上から，求める a の値は　　$a=1,\ 2-\sqrt{10}$

36 [2014 佛教大]

$f(x)=\left(x+\dfrac{a}{2}\right)^2-\dfrac{a^2}{4}+b$

条件から　　$-\dfrac{a^2}{4}+b=1$　……①

また，$x\geqq 0$ での最小値が 6 であり，これは 1 より大きいから，$x\geqq 0$ の範囲に軸 $x=-\dfrac{a}{2}$ を含まない。

よって，$-\dfrac{a}{2}<0$ であり，$x=0$ で最小値 6 をとる。

$f(0)=b$ から　　$b={}^{ウ}6$　　このとき，①と $a>0$ から　　$a=\sqrt{20}={}^{ア}2\sqrt{{}^{イ}5}$

37 [2014 南山大]

$x^2-10x+18=0$ を解くと　　$x=5\pm\sqrt{7}$

よって，$x\leqq 5-\sqrt{7}$，$5+\sqrt{7}\leqq x$ のとき

$f(x)=x^2-10x+18$

このとき，$f(x)=7$ とすると　　$x^2-10x+18=7$

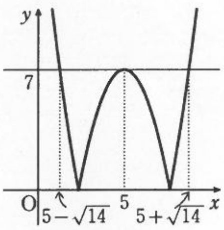
整理して　　$x^2-10x+11=0$

よって　　$x=5\pm\sqrt{14}$

これらは $x\leqq 5-\sqrt{7}$，$5+\sqrt{7}\leqq x$ を満たす。

$f(x)=|x^2-10x+18|=|(x-5)^2-7|$ であるから，

$y=f(x)$ のグラフは右の図のようになる。



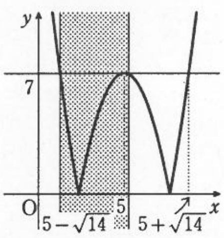
図から，求める x の値は　　$x={}^{ア}5,\ 5\pm\sqrt{14}$

次に，$f(x)$ の $a\leqq x\leqq a+4$ における最大値が 7 となるような a の値の範囲を調べる。

[1]　$a=5-\sqrt{14}$ のとき

$a+4=9-\sqrt{14}$ より　　$5<a+4<5+\sqrt{14}$

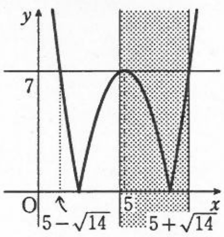
よって，$f(x)$ は $x=5-\sqrt{14}$，5 で最大値 7 をとる。



[2]　$a+4=5+\sqrt{14}$ のとき

$a=1+\sqrt{14}$ より　　$5-\sqrt{14}<a<5$

よって，$f(x)$ は $x=5,\ 5+\sqrt{14}$ で最大値 7 をとる。



[3]　$5-\sqrt{14}<a<1+\sqrt{14}$ のとき

$a<1+\sqrt{14}$ かつ $9-\sqrt{14}<a+4$ より

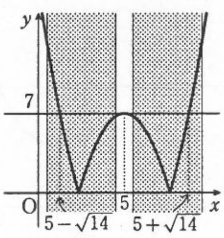
$a<5<a+4$

よって，$f(x)$ は $x=5$ で最大値 7 をとる。

[4]　$a<5-\sqrt{14}$ のとき

$f(x)$ は $x=a$ で最大値 $f(a)$ をとる。

$f(a)>7$ より最大値は 7 とならない。



[5]　$a>1+\sqrt{14}$ のとき

$f(x)$ は $x=a+4$ で最大値 $f(a+4)$ をとる。

$f(a+4)>7$ より最大値は 7 とならない。

[1]～[5]から，求める a の値の範囲は

${}^{イ}5-\sqrt{14}\leqq a\leqq 1+\sqrt{14}$