有名問題	文字定数の入ったΣの計算	類題：サクシード 数学B $p.156$ 重要例題72 参考：チャート式 数学B $p.445$ 基本例題87(2)

次の数列の第k項 a_k（$k=1, 2, 3, \cdots\cdots, n$）と和$S$を求めよ。

$1\cdot n,\ 2(n-1),\ 3(n-2),\ \cdots\cdots,\ (n-1)\cdot 2,\ n\cdot 1$

《解答》

$a_k=k\cdot\{n-(k-1)\}=k\cdot\{-k+(n+1)\}=-k^2+(n+1)k$　（$k=1, 2, 3, \cdots\cdots, n$）

よって、$S=\sum_{k=1}^{n}\{-k^2+(n+1)k\}=-\sum_{k=1}^{n}k^2+(n+1)\sum_{k=1}^{n}k$

$$=-\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)+(n+1)\cdot\frac{1}{2}n(n+1)$$

$$=\frac{1}{6}n(n+1)\{-(2n+1)+3(n+1)\}=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$$

《解説》

変数kによるΣの計算を行うので、a_kはkで整理しておこう。変数kに対しては、$n+1$は定数扱いになる。よって、$n+1$は和の記号Σの前に出ることができる。後は、累乗の和の公式（【参考】累乗の和の公式 参照）を用いて計算する。

【参考】累乗の和の公式

① $\sum_{k=1}^{n}k=\frac{1}{2}n(n+1)$　　② $\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

③ $\sum_{k=1}^{n}k^3=\left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$　　$\left(=\frac{1}{4}n^2(n+1)^2\right)$