ゲーム理論とその応用

Ⅰ、ゲーム理論とはジョン・フォイ・ノイマンの創始した論理体系でゲームに勝つための方法を研究する数学の一分野である。

Ⅱ、ゲームの作戦

例）１万円札（値打ちは勿論１万円）が競売にかけられている。最も高い値をつけた人はその金額で競り落とすことができるが、二番目に高い値をつけた人は、つけた値を払わなければならないオークション会場には、たくさんの人がいる。どのような作戦をとるべきか？

ここで多くの人がとる作戦の１つとして、

競売終了時間ぎりぎりまで待って９９９９円を入札するというものがあるが

参加している人全員にほんのすこしの金（総額が１万円をこえないように）を渡し、１円で落札させてもらう。

というような会場を支配するという作戦もある。

このように作戦は人によって無数に存在する。

Ⅲ、最適確率

例）　自分がバッター、相手がピッチャーとする。ピッチャーが直球か変化球を一定の確率で投げ、相手はその確率を予想する。このとき、ピッチャーが投げる球種とバッターの予想によって変化する、バッターの打率はグラフのようになるとする。

ピッチャー ＼ バッター	直球	変化球
直球と予想	８０％	０％
変化球と予想	１０％	３０％

ピッチャーが投げる球種の確率をいろいろ変えて調べてみる。

直球：変化球＝①２：８、②３：７、③４：６　としてそれぞれ計算すると、

直球と予想したときと、変化球と予想したときの打てる確率は

まず自分が１：０、０：１で予想したとき直球は８０×１／５＝１６％変化球は０％、直球は０％変化球は１０×１／５＋３０×４／５＝２６％となる。したがって、直球：変化球＝１６％：２６％。同様にして求めていくと、一致するときの比率は②のときとなった。以下、計算結果

①のとき　直球：１６％　変化球：２６％

②のとき　直球：２４％　変化球：２４％

③のとき　直球：３２％　変化球：２２％

②のとき、自分の予想を１：０、０：１から変えても、比率は変わらず、２４％である。つまり、**バッターの予想がにもかかわらず、打率は２４％。したがって、このときの最適確率は３：７で予想したときの２４％である**

同様にバッターは直球予想：変化球予想＝２：８とするとピッチャーがどのように投げ分けても打率は２４％となる。

このように**ある戦略をとるとき、相手がどのような戦略をとっても利益を上げることができないような状態をナッシュ均衡の状態であるという**

ピッチャーが直球：変化球＝３：７バッターが直球予想：変化球予想＝２：８としたときにナッシュ均衡点となる。

Ⅳ、囚人のジレンマ

しかし、ナッシュ均衡が最良の選択であるとは必ずしもいえない。ゲーム理論の例として、「囚人のジレンマ」と呼ばれるものがある。

ある犯罪の共犯であると考えられている囚人 A,B に検事が条件を示す。ただし囚人は互いの考えはわからないものとする。

１、２人とも黙秘すれば懲役１年ずつ

２、２人とも自白すれば懲役２年ずつ

３、１人が自白し、１人が黙秘すれば、自白した者は釈放、黙秘した者は懲役３年

このとき、囚人Ａは自白と黙秘どちらを選択すべきか。

- ２人全体の利益を考えた場合、最も損失が小さいのは、

B ＼ A	自白	黙秘
自白	A：２年 B：２年	A：釈放 B：３年
黙秘	A:３年 B：釈放	A：１年 B：１年

「黙秘―黙秘」

- しかし、個人の損失を考えた場合、相手が黙秘しても自白しても自分は自白したほうが損失は少ない。
- このことを２人とも考えるので、結果は最小の損失である**「黙秘―黙秘」ではなく、「自白―自白」を選択してしまう。**

この場合、ナッシュ均衡となる戦略は「自白一自白」である。

「自白」の状態からお互いが動くことができないからである。

しかしお互いにとって最良の選択は、「黙秘一黙秘」である。

ナッシュ均衡は常に最適とは限らないことがこれよりわかる。