数学Ⅱ　春季課題　演習プリント①　　2年(　)組(　)番　名前(　解答　)

1 次の式を展開せよ。

$(○+△)^3$
$= ○^3+3○^2△+3○△^2+△^3$

$(○-△)^3$
$= ○^3-3○^2△+3○△^2-△^3$

(1) $(x+4)^3$
$= x^3+3x^2\times4+3x\times4^2+4^3$
$= x^3+12x^2+48x+64$

(2) $(x-3)^3$
$= x^3-3x^2\times3+3x\times3^2-3^3$
$= x^3-9x^2+27x-27$

(3) $(5a+b)^3$
$= (5a)^3+3(5a)^2\times b+3(5a)\times b^2+b^3$
$= 125a^3+75a^2b+15ab^2+b^3$

(4) $(4x-5y)^3$
$= (4x)^3-3(4x)^2(5y)+3(4x)(5y)^2-(5y)^3$
$= 64x^3-240x^2y+300xy^2-125y^3$

2 次の式を展開せよ。

$(○+△)(○^2-○△+△^2)$
$= ○^3+△^3$

$(○-△)(○^2+○△+△^2)$
$= ○^3-△^3$

(1) $(x+7)(x^2-7x+49)$
$= x^3+7^3$
$= x^3+343$

(2) $(3a-1)(9a^2+3a+1)$
$= (3a)^3-1^3$
$= 27a^3-1$

(3) $(x+4y)(x^2-4xy+16y^2)$
$= x^3+(4y)^3$
$= x^3+64y^3$

(4) $(2a-5b)(4a^2+10ab+25b^2)$
$= (2a)^3-(5b)^3$
$= 8a^3-125b^3$

3 次の式を因数分解せよ。

(1) x^3+216
$= x^3+6^3$
$= (x+6)(x^2-6x+36)$

(2) $8a^3-27b^3$
$= (2a)^3-(3b)^3$
$= (2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$

(3) $40a^3-135b^3$
$= 5(8a^3-27b^3)$
$= 5\{(2a)^3-(3b)^3\}$
$= 5(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$

(4) a^3b^3+64
$= (ab)^3+4^3$
$= (ab+4)(a^2b^2-4ab+16)$

4 次の式を展開せよ。

(1) $(2x+y)^3(2x-y)^3$
$= \{(2x+y)(2x-y)\}^3$
$= (4x^2-y^2)^3$
$= (4x^2)^3-3(4x^2)^2y^2+3(4x^2)(y^2)^2-(y^2)^3$
$= 64x^6-48x^4y^2+12x^2y^4-y^6$

(2) $(x+2y)^2(x^2-2xy+4y^2)^2$
$= \{(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)\}^2$
$= (x^3+8y^3)^2$
$= (x^3)^2+2x^3\times(8y^3)+(8y^3)^2$
$= x^6+16x^3y^3+64y^6$

(3) $(a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1)$
$= (a-1)(a^2+a+1)\times(a+1)(a^2-a+1)$
$= (a^3-1)\times(a^3+1)$
$= (a^3)^2-1^2 = a^6-1$

5 次の式を因数分解せよ。

(1) $64x^6-y^6$
$= (8x^3)^2-(y^3)^2$
$= (8x^3+y^3)(8x^3-y^3)$
$= (2x+y)(4x^2-2xy+y^2)(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$ ←これでも正解
並びかえ
$= (2x+y)(2x-y)(4x^2-2xy+y^2)(4x^2+2xy+y^2)$

(2) $a^6+7a^3b^3-8b^6$
$= (a^3-b^3)\times(a^3+8b^3)$
$= (a-b)(a^2+ab+b^2)\times(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)$
$= (a-b)(a+2b)(a^2+ab+b^2)(a^2-2ab+4b^2)$

(3) $(x+y)^3+z^3$
$= \{(x+y)+z\}\{(x+y)^2-(x+y)z+z^2\}$
$= (x+y+z)(x^2+2xy+y^2-xz-yz+z^2)$ ←これでも正解
$= (x+y+z)(x^2+y^2+z^2+2xy-yz-zx)$ ←並びかえ

6 次の分数式を約分せよ。

(1) $\dfrac{25a^2b^2}{30ab^2}$
$= \dfrac{5a}{6}$

(2) $\dfrac{12a^2b^4c}{16a^3bc^4}$
$= \dfrac{3b^3}{4ac^3}$

(3) $\dfrac{4a^3+8ab^2}{12a^2}$
$= \dfrac{4a(a^2+2b^2)}{3\times4a^2}$
$= \dfrac{a^2+2b^2}{3a}$

(4) $\dfrac{x^2-x-6}{x^2+6x+8}$
$= \dfrac{(x-3)(x+2)}{(x+4)(x+2)}$
$= \dfrac{x-3}{x+4}$

(5) $\frac{2x^2+3x-2}{4x^2-1}$

$=\frac{(2x-1)(x+2)}{(2x-1)(2x+1)}$

$=\frac{x+2}{2x+1}$

(6) $\frac{x^2+2x+1}{x^3+1}$

$=\frac{(x+1)^2}{(x+1)(x^2-x+1)}$

$=\frac{x+1}{x^2-x+1}$

(7) $\frac{a^2-(b+c)^2}{(a+b)^2-c^2}$

A とおく, B とおく

$=\frac{a^2-B^2}{A^2-c^2}$

$=\frac{(a+B)(a-B)}{(A+c)(A-c)}$

$=\frac{(a+b+c)(a-b-c)}{(a+b+c)(a+b-c)}$ ← A, B 元に戻す

$=\frac{a-b-c}{a+b-c}$

7 次の計算をせよ。

(1) $\frac{ax^2}{14a^3b^2}\times\frac{21a^2b}{3x}$

$=\frac{x}{2b}$

(2) $\frac{8a^2b}{3xy}\div\frac{4ab}{6y}$

$=\frac{8a^2b}{3xy}\times\frac{6y}{4ab}$

$=\frac{4a}{x}$

(3) $\frac{x^2+2x-8}{x^2-2x-15}\times\frac{x+3}{x-2}$

$=\frac{(x+4)(x-2)}{(x+3)(x-5)}\times\frac{x+3}{x-2}$

$=\frac{x+4}{x-5}$

(4) $\frac{x^2-x-20}{x^3-2x^2+x}\times\frac{x^2-x}{x-5}$

$x^3-2x^2+x=x(x^2-2x+1)$

$=\frac{(x-5)(x+4)}{x(x-1)^2}\times\frac{x(x-1)}{x-5}$

$=\frac{x+4}{x-1}$

(5) $\frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2}\div\frac{x^2+xy}{x-y}$

$=\frac{(x+y)(x-y)}{(x-y)^2}\times\frac{x-y}{x(x+y)}$

$=\frac{1}{x}$

(6) $\frac{x+1}{2x-1}\div\frac{x^2-2x-3}{2x^2+5x-3}$

$=\frac{x+1}{2x-1}\times\frac{(2x-1)(x+3)}{(x-3)(x+1)}$

$=\frac{x+3}{x-3}$

(7) $\frac{3a^2+8a+4}{a^2-1}\div\frac{6a^2+a-2}{a^2+a}\times\frac{2a-1}{a+2}$

$=\frac{(3a+2)(a+2)}{(a+1)(a-1)}\times\frac{a(a+1)}{(3a+2)(2a-1)}\times\frac{2a-1}{a+2}$

$=\frac{a}{a-1}$

(8) $\frac{(a+1)^2}{a^2-1}\times\frac{a^3-1}{a^3+1}\div\frac{a^2+a+1}{a^2-a+1}$

$=\frac{(a+1)^2}{(a+1)(a-1)}\times\frac{(a-1)(a^2+a+1)}{(a+1)(a^2-a+1)}\times\frac{a^2-a+1}{a^2+a+1}$

$=1$

8 (1) $\frac{2x}{x-3}+\frac{x+1}{x-3}$

$=\frac{2x+(x+1)}{x-3}$

$=\frac{3x+1}{x-3}$

(2) $\frac{4x-5}{x^2-4}+\frac{x-5}{x^2-4}$

$=\frac{(4x-5)+(x-5)}{x^2-4}$

$=\frac{5x-10}{x^2-4}=\frac{5(x-2)}{(x+2)(x-2)}=\frac{5}{x+2}$

(3) $\frac{x}{x-a}+\frac{a}{a-x}$

$=\frac{x}{x-a}-\frac{a}{x-a}$

$=\frac{x-a}{x-a}=1$

(4) $\frac{2x^2}{x+3}-\frac{3-5x}{x+3}$

$=\frac{2x^2-(3-5x)}{x+3}$

$=\frac{2x^2+5x-3}{x+3}$

$=\frac{(2x-1)(x+3)}{x+3}=2x-1$

(5) $\frac{x^2-3xy}{x^3-y^3}-\frac{2y^2-4xy}{x^3-y^3}$

$=\frac{(x^2-3xy)-(2y^2-4xy)}{x^3-y^3}$

$=\frac{x^2+xy-2y^2}{x^3-y^3}=\frac{(x+2y)(x-y)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}=\frac{x+2y}{x^2+xy+y^2}$

(6) $\frac{x^2}{x^2-1}+\frac{2x}{1-x^2}+\frac{1}{x^2-1}$

$=\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{2x}{x^2-1}+\frac{1}{x^2-1}$

$=\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$

$=\frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)}=\frac{x-1}{x+1}$

解答

1 (1) $x^3+12x^2+48x+64$ (2) $x^3-9x^2+27x-27$
(3) $125a^3+75a^2b+15ab^2+b^3$
(4) $64x^3-240x^2y+300xy^2-125y^3$

2 (1) x^3+343 (2) $27a^3-1$
(3) x^3+64y^3 (4) $8a^3-125b^3$

3 (1) $(x+6)(x^2-6x+36)$ (2) $(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$
(3) $5(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$ (4) $(ab+4)(a^2b^2-4ab+16)$

4 (1) $64x^6-48x^4y^2+12x^2y^4-y^6$ (2) $x^6+16x^3y^3+64y^6$
(3) a^6-1

5 (1) $(2x+y)(2x-y)(4x^2-2xy+y^2)(4x^2+2xy+y^2)$
(2) $(a-b)(a+2b)(a^2+ab+b^2)(a^2-2ab+4b^2)$
(3) $(x+y+z)(x^2+y^2+z^2+2xy-yz-zx)$

6 (1) $\frac{5}{6}a$ (2) $\frac{3b^3}{4ac^3}$ (3) $\frac{a^2+2b^2}{3a}$ (4) $\frac{x-3}{x+4}$
(5) $\frac{x+2}{2x+1}$ (6) $\frac{x+1}{x^2-x+1}$ (7) $\frac{a-b-c}{a+b-c}$

7 (1) $\frac{x}{2b}$ (2) $\frac{4a}{x}$ (3) $\frac{x+4}{x-5}$ (4) $\frac{x+4}{x-1}$
(5) $\frac{1}{x}$ (6) $\frac{x+3}{x-3}$ (7) $\frac{a}{a-1}$ (8) 1

8 (1) $\frac{3x+1}{x-3}$ (2) $\frac{5}{x+2}$ (3) 1
(4) $2x-1$ (5) $\frac{x+2y}{x^2+xy+y^2}$ (6) $\frac{x-1}{x+1}$