

数学科 学習指導案

〇〇立〇〇中学校

指導者 〇〇〇〇

1. 日 時 令和●年●月●日 (●) 第●時限

2. 場 所 ●●●●

3. 学年・組 第3学年●組 (●●名)

4. 単元名 2次方程式の利用 (使用図書は、教科書：●●●●)

5. 単元の目標

- ・二次方程式についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。(知識及び技能)
- ・文字を用いて数量の関係や法則などを考察し表現することができる。(思考力、判断力、表現力等)
- ・二次方程式について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。(学びに向かう力、人間性等)

6. 教材観

本単元では、二次方程式を解くことができ、それを具体的な問題解決の場面で活用できるようにし、方程式をこれまでより多くの場面で問題の解決に活用できるようにする。

第1学年では一元一次方程式を、第2学年では、それとの関連を図りながら、簡単な連立二元一次方程式を学習している。それらに関連づけて、二次方程式やその解の意味について知るとともに、さまざまな方法で二次方程式を解くことができるようにする。また、二次方程式を具体的な場面で活用することで、問題の解決に方程式がより広く活用できることを理解する。

7. 生徒観

本単元に関する既習事項について、「平方根」「簡単な多項式」における知識・技能の観点における評価は、ほとんどの生徒が概ね満足できる姿であった。しかし、中にはこの2つの単元の内容を組み合わせた $(\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2$ などの計算などについては、課題のみられる生徒も一部見られる。「解の公式」などを活用して二次方程式を解く学習に取り組ませる際には、式の計算の方法について考察したことを振り返らせる必要がある。

また、第1学年「一元一次方程式の利用」、第2学年「連立二元一次方程式の利用」のそれぞれの単元で、日常の事象に関する問題の中で等しい数量関係を見出し、方程式をつくることに、一部の生徒に課題が見られた。既習事項を丁寧に振り返らせながら、二次方程式を具体的な場面で活用できるようにさせる必要がある。

8. 指導観

本単元のねらいは、二次方程式を具体的な場面で活用できるようになることである。具体的な問題を二次方程式を活用して解決するためには、一元一次方程式や連立二元一次方程式の活用と同様に、次のような一連の活動について振り返る事ができるようにする。

- ①求めたい数量に着目し、それを文字で表す。
- ②問題の数量やその関係から、二通りに表される数量を見だし、文字を用いた式や数で表す。
- ③それらを等号で結んで方程式をつくり、その方程式を解く。
- ④求めた解を問題に即して解釈し、問題の答えを求める。

特に④では、解が二つあることや大きさが分かりにくい平方根を含む数になることがあり、問題の答えとして適切ではないことがある。そこで、問題解決の過程を振り返り、事象における数量関係を的確に表した二次方程式がつくられているかどうかを吟味したり、得られた解が問題の答えとして適切であるかどうかを、もとの事象に戻して調べさせたりする。

また、本時の学習では黄金比を題材として扱うが、日常の中で多く使われている黄金比を取り扱う場合、黄金比そのものに注目する生徒もいると考えられる。そのため、本時のまとめとして、二次方程式を活用することで、さまざまな事象を見出したり、分析したりすることができるなど、二次方程式の意義を感じられるようにする。

9. 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①二次方程式の必要性和意味及びその解の意味を理解している。 ②因数分解したり、 x の係数が偶数である二次方程式を平方の形に変形したりして、二次方程式を解くことができる。 ③解の公式を知り、それを用いて二次方程式を解くことができる。 ④事象の中の数量やその関係に着目し、二次方程式をつくることができる。	①因数分解や平方根の考えを基にして、二次方程式を解く方法を考察し表現している。 ②二次方程式を具体的な場面で活用している。	①二次方程式の必要性和意味を考えようとしている。 ②二次方程式について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③二次方程式を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

10. 単元の指導と評価の計画（全 15 時間）

本単元「二次方程式」を、内容のまとまりである三つの小単元と単元のまとめで構成し、それぞれの授業時間数を次のように定めた。

小単元等	授業時間数	
1. 二次方程式とその解	2 時間	15 時間
2. 二次方程式の解き方	7 時間	
3. 二次方程式の利用	5 時間	
単元のまとめ	1 時間	

時間	ねらい・学習活動	評価の観点			主な評価規準 (評価方法)
		知	思	態	
1	・ 広さが $54m^2$ の長方形の花壇を作るために、縦の長さを $x m$ と して方程式をつくり、これまで学習した方程式との違いを見出す ことで、二次方程式の特徴を理解する。	●			知①：行動観察
2	・ 前時で作成した方程式の解をについて考え、その意味について 理解する。また、二次方程式の解が二つあることを理解する。	○		●	知①：ノート 態①：振り返り シート
3	・ 平方根の考え方をを使って $ax^2 + c = 0$ の形の二次方程式の解き 方を理解するとともに、 $ax^2 + c = 0$ の形の二次方程式を解くこ とができるようにする。	●			知②：行動観察
4	・ 平方根の考え方をを使って $(x + p)^2 = q$ の形の二次方程式を解く 方法を理解できるようにするとともに、 $(x + p)^2 = q$ の形の二次 方程式を解くことができるようにする。	●			知②：行動観察
5	・ 前時の学習を基に、二次方程式を解く方法について考察すること を通して、二次方程式を、 $(x + p)^2 = q$ の形に変形して解く方法に ついて考察することができるようにする。		●		思①：行動観察
6	二次方程式の解の公式の導き方を考察することを通して、 ・ 係数が具体的な数である二次方程式を平方の形に変形する過程と 比較しながら、二次方程式の解の公式の導き方を考えることがで きるようにする。 ・ 解の公式を使って、二次方程式を解くことができるようにする。	●	●		思①：行動観察 知③：行動観察
7	因数分解による二次方程式の解く方法を考察することを通して、 ・ 「 $A \times B = 0$ ならば $A = 0$ または $B = 0$ 」であることを基に、因数 分解による二次方程式の解き方を考えることができるようにする。 ・ 因数分解を使って、簡単な二次方程式を解くことができるように する。	●	●		思①：行動観察 知②：行動観察
8	・ いろいろな二次方程式を解く手順について考察することを通して、 より能率のよい解法を考えることができるようにする。 ・ 小単元2までの学習を振り返って、分かったことや疑問などを 記述することを通して、その後の学習を見通すことができるよう にする。		○	○	思①：ノート 態①②：振り返り シート
9	既習の二次方程式を解き、注意点を整理することを通して、 ・ いろいろな方法で二次方程式を解くことができるようにする。 ・ 既習の二次方程式の解き方について振り返り、自分の解き方を 改善しようとする態度を養う。	○		○	知②③：行動観察 小テスト 態②：ノート

10	・連続する2つの整数のそれぞれを2乗した数の和が41になる時、これらの2つの数を求める。(整数の問題)	●	●	知④：行動観察 思②：行動観察
11	・正方形ABCDの辺上を2つの点P、Qが動くとき、△BPQの面積について考える。(動点に関する問題) ・長方形の土地に、道幅が同じで互いに垂直な道を2本つくり、残りの土地の広さと道幅について考える。(面積に関する問題)	●	●	知④：行動観察 思②：ノート
12 本 時	・日常で用いられている黄金比を、二次方程式を活用して導き出すとともに、その過程を説明し合う。		○ ●	思②：ワークシート 態③：ワークシート
13	・確認問題に取り組み、二次方程式の利用(小単元3)の内容の理解を深める。	○	●	知④：ノート 思②：行動観察
14	・前時に取り組んだ確認問題についてグループで話し合い、よりよい表現になるように考えを交流し、改善する。 ・二次方程式の計算や二次方程式を活用した課題解決のポイントなどをまとめ直すことを通して、単元の学習内容を振り返られるようにする。		○ ○	思②：ノート 態③：振り返りシート
15	・単元のまとめを行う。 ・単元末テストに取り組む。	○	○	知①②③④ 思①②(テスト)

(●・・・指導に生かす評価 ○・・・記録に残す評価)

11. 本時の展開

(1) 本時の目標

- ・黄金長方形の長い辺と短い辺の比を、2次方程式を活用して求め、その過程を説明することができる。
(思考力、判断力、表現力等)
- ・黄金長方形の長い辺と短い辺の比を求める過程について、説明をよりよいものにしようとする。
(学びに向かう力、人間性等)

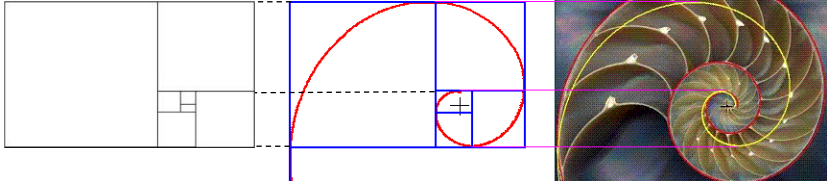
(2) 本時の評価規準

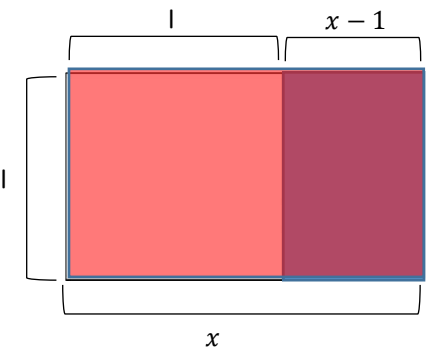
- ・黄金長方形の条件から数量の関係を捉え、2次方程式を活用してその比率を求める過程を論理的に表現し、説明している。
(思考・判断・表現②：記録に残す評価)
- ・黄金長方形の長い辺と短い辺の比を求める過程について、説明をよりよいものにしようとしている。
(主体的に学習に取り組む態度③：指導に生かす評価)

(3) 本時の判断基準【思考・判断・表現②】

十分満足できる状況(A)	おおむね満足できる状況(B)	努力を要する生徒(C)への支援
具体的な事象の中で数量の関係を捉え、二次方程式を活用した問題解決の過程を論理的に表現し、説明している。	具体的な事象の中で数量の関係を捉え、二次方程式を活用した問題解決の過程を表現し、説明している。	等しい数量関係を見出させたり、方程式の解の数量について考えさせたりする。

(4) 本時の学習過程

時間	学習活動	指導上の留意点	評価規準 (評価方法)
導入 5分	次の3つの図形に共通することについて考えよう。 		
10分	3つとも長方形です。 名刺は横長で、他は縦長だね。 3つとも同じ形の長方形だよ。 長方形の縦の長さ、横の長さが等しいです。 長方形の長い辺の長さ、短い辺の長さの比が等しいです。	・イラストを画面で提示する。また生徒の端末にも画像を送付し、動かしたり大きさを変えたりしながら考えられるようにする。 「形が同じ」とは、長方形の何が同じなのでしょう？ ・「拡大図・縮図において、対応する辺の比が等しい」ということを想起させる。 ・「縦の辺と横の辺」ではなく、「長い辺と短い辺」で考えるように促す。 ・この他にも、ゲームのパッケージなど、様々なところに活用されていることを伝える。	
	この長方形の長い辺の長さ、短い辺の長さの比を「黄金比」といいます。今日は、身の回りで活用されているこの「黄金比」について考えます。	・黄金長方形とオウム貝の螺旋の画像との比較した画像を提示する。	
	○課題を把握する。 (課題) 黄金比が使われている黄金長方形の、長い辺と短い辺の長さの比を求めましょう。 (黄金長方形) 		
	○見通しを持つ。 短い辺の長さを半径として、円の4分の1のおうぎ形がある。 左側に短い辺の長さを一辺とする正方形があります。 左の正方形を切り取ると、残りは長方形になる。	左の図の黄金長方形を見て、気づいたことはありますか？ ・生徒から意見が出にくい場合は、ペアやグループで話し合いをさせる。 ・正方形や長方形、おうぎ形などの関係について、生徒の意見を結びつけながら、黄金長方形の特徴に帰着させる。	

	右の長方形にも、短い辺の長さを半径として、円の4分の1のおうぎ形がある。 元の長方形から短い辺の長さを一辺とする正方形を切り取ると、元の長方形と同じ形の長方形が残る。 長方形の長い辺の長さ、短い辺の長さの比が等しくなります。 〇めあてを確認する。 めあて 黄金比が使われている黄金長方形の長い辺と短い辺の長さの比を求める方法を考えよう。	同じ形の長方形が残るということは、2つの長方形の何が等しくなりますか？ ・導入で確認した「同じ形の長方形は、長い辺と短い辺の長さの比が等しい」につなげ、等しい数量関係を確認させる。	
10分	〇個人で考える。  (概ね満足できる姿) $1 : x = x - 1 : 1$ $x(x - 1) = 1$ $x^2 - x - 1 = 0$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ 答え. $1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (十分満足できる姿) 長方形の短い辺の長さを1, 長い辺の長さをxとすると、2つの長方形の長い辺と短い辺の長さの比は等しいので、 $1 : x = x - 1 : 1$ $x(x - 1) = 1$ $x^2 - x - 1 = 0$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ xは長方形の長い辺の長さであり、短い辺の長さ1よりも大きいので、 $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ はこの問題の答えとして適切ではない。 よって、$x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 答え. $1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}$	・方程式を活用した問題解決のポイントを掲示しておく。思考が止まっている生徒に対しては、ポイントを振り返らせ、特に①と②について考えるよう促す。 ①求めたい数量に着目し、それを文字で表す。 ②問題の数量やその関係から、二通りに表される数量を見だし、文字を用いた式や数で表す。 ③それらを等号で結んで方程式をつくり、その方程式を解く。 ④求めた解を問題に即して解釈し、問題の答えを求める。 ・大きい長方形の辺の比と、小さい長方形の辺の比を考えさせる。 ・方程式の解が、問題の答えとして適切であるかどうかを考えさせる。 (想定される別解) ・文字を2つ使って、連立方程式を立てる。 ・長さが等しいことから等式をつくる。 〇思② ワークシート	

10分	○グループで考えを交流し、自分の説明をより良いものにする。	・グループ交流の視点を伝える。 ①方程式の解が、問題の答えとして適切かどうかを確認する。 ②他の人の考えにあって、自分の考えに不足していることはないか。 →不足しているところは、赤で追記させる。 ③自分の説明のポイントで、他の人と共通しているところはないか。 →共通しているところは、赤以外でチェックをつけさせる。	●態③ ワークシート
10分	○クラス全体で交流する。 何を文字で置いたのか、どの等しい数量関係を用いて等式を作ったのかがわかりやすいところです。 この問題で求めたい答えの条件を踏まえて、方程式の解がこの問題の答えとして適切かどうかを説明しているところです。 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ は、およそ 1.618 になるよ。 黄金比は、短い辺の長さを約 1.618 倍すると、長い辺の長さになるんだね。	・異なる説明をまとめている生徒の記述を 2 つ発表させる。 この説明の良いところはどんなところだと思いますか？ ・式と答えだけでなく、何を文字で表したのか、方程式の解が問題の答えとして適切かどうかを表現しているところが、説明のポイントであることを捉えさせる。 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ の値はどれぐらいになるでしょうか。 $\sqrt{5}$ を 2.236 として考えてみましょう。	
5分	○実際にトランプの長さを測り、長い辺と短い辺の長さの比を求め、導出した値が適切であるか確かめることで、本時の学習を振り返る。 トランプの長い辺の長さを短い辺の長さで割ると、確かに 1.618 ぐらいの値になるね。 長い辺の長さは、短い辺の長さの 1.618 倍ぐらいになっているね。	みなさんが求めた黄金比が、適切な値となっているかどうかを調べるため、トランプの縦と横の長さを測り、比を求めてみましょう。 ・可能であれば、トランプ以外にも名刺など、黄金比が用いられているいくつかのものについて実際の辺の長さの比を確認させる。 ・二次方程式を活用することで、黄金比などの建造物のデザインについて考える事ができるなど、方程式の有用性について伝える。	