33期生 理系数学 コロナに負けるな！演習 解説 ①/3

$\boxed{1}$ [2009 中央大]

$y=-x^2+6x+4=-(x-3)^2+13$

よって，軸の方程式は　$x=3$

　　　頂点の座標は　$(3,\ 13)$

$\boxed{2}$ [2008 摂南大]

放物線 $y=2x^2-3x+4$ を x軸方向に 2，y軸方向に -10 だけ平行移動すると

$$y+10=2(x-2)^2-3(x-2)+4$$

よって　　$y=2x^2-11x+8$

$\boxed{3}$ [2006 京都産業大]

(ア)　$y=2(x^2-3x)+7=2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{5}{2}$

　よって，頂点の座標は　${}^{ア}\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)$

(イ)　平行移動後の頂点の座標は　$\left(\frac{3}{2}-1,\ \frac{5}{2}+2\right)$　すなわち　$\left(\frac{1}{2},\ \frac{9}{2}\right)$

　よって，平行移動後の放物線の方程式は

$$y=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{2}\quad すなわち\quad y={}^{イ}2x^2-2x+5$$

$\boxed{4}$ [2004 金沢工業大]

$y=x^2+4x+12$ から　$y=(x+2)^2+8$

よって，頂点は　$(-2,\ 8)$

$y=x^2-2x+4$ から　$y=(x-1)^2+3$

よって，頂点は　$(1,\ 3)$

よって，$-2-1=-3$，$8-3=5$ から x 軸方向に -3，y 軸方向に 5 だけ平行移動したものである．

$\boxed{5}$ [2002 神戸学院大]

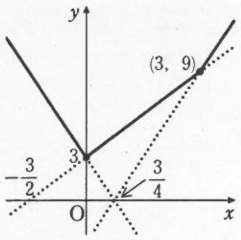
(1)　[1]　$x\leqq 0$ のとき　$f(x)=-3x-(x-3)=-4x+3$

　[2]　$0<x\leqq 3$ のとき　$f(x)=3x-(x-3)=2x+3$

　[3]　$3<x$ のとき　$f(x)=3x+(x-3)=4x-3$

　よって，$y=f(x)$ のグラフは右図のようになる．

　ゆえに　$(0,\ 3)$，$(3,\ 9)$



(2)　$y=f(x)$ のグラフと直線 $y=6$ は $x\leqq 0$ と $0<x\leqq 3$ で交点をそれぞれ 1 個ずつもつ．

　したがって，$f(x)=6$ の解は $x\leqq 0$ と $0<x\leqq 3$ にそれぞれ 1 個ずつ存在する．

　$x\leqq 0$ のとき　$-4x+3=6$ から　$x=-\frac{3}{4}$

　$0<x\leqq 3$ のとき　$2x+3=6$ から　$x=\frac{3}{2}$

　したがって　$x=-\frac{3}{4},\ \frac{3}{2}$

$\boxed{6}$ [2002 摂南大]

$y=3x^2+3ax-6a-13$ を a について整理すると　$a(3x-6)+3x^2-y-13=0$

a は任意の値をとるから　$3x-6=0$，$3x^2-y-13=0$

これを解くと　$x=2$，$y=-1$

ゆえに，放物線は定点 $(2,\ -1)$ を通る．

$\boxed{7}$ [2001 久留米大]

$y=ax+b$ ……① とおく．

[1]　$a=0$ のとき　①は $y=b$ (一定)

　このとき，値域が $1\leqq y\leqq 4$ にならないから不適．

[2]　$a>0$ のとき　①は，$x=0$ で最小値，$x=3$ で最大値をとる．

　よって，$a\cdot 0+b=1$，$a\cdot 3+b=4$ から　$a=1$，$b=1$

　これは，$a>0$ を満たすから適する．

[3]　$a<0$ のとき　①は，$x=0$ で最大値，$x=3$ で最小値をとる．

　よって，$a\cdot 0+b=4$，$a\cdot 3+b=1$ から　$a=-1$，$b=4$

　これは，$a<0$ を満たすから適する．

$\boxed{8}$ [2009 中央大]

$y=-x^2+5x+3=-\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{37}{4}$

よって，y は $x=\frac{5}{2}$ のとき最大値 $\frac{37}{4}$ をとる。

$\boxed{9}$ [2008 駒澤大]

$f(x)=x^2-3x+2=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$

よって，$f(x)$ は $x={}^{ア}\frac{3}{2}$ のとき最小値 ${}^{イ}-\frac{1}{4}$ をとる。

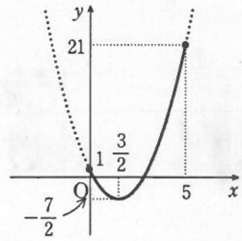
$\boxed{10}$ [2008 九州産業大]

$y=2x^2-6x+1=2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{7}{2}\ (0\leqq x\leqq 5)$

よって，y は $x=5$ のとき最大値 21

　　　　$x=\frac{3}{2}$ のとき最小値 $-\frac{7}{2}$

をとる。



$\boxed{11}$ [2003 法政大]

$y=x^2-3x+\frac{5}{4}$ を変形すると　　$y=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-1$

$-\frac{1}{2}\leqq x\leqq\frac{5}{2}$ であるから，

$x=-\frac{1}{2}$ のとき 最大値 3，$x=\frac{3}{2}$ のとき 最小値 -1 をとる．

$\boxed{12}$ [2002 法政大]

$y+2x=1$ から　$y=-2x+1$ ……①

よって　$x^2+y^2=x^2+(-2x+1)^2=5x^2-4x+1$

$$=5\left(x-\frac{2}{5}\right)^2+\frac{1}{5}$$

$x=\frac{2}{5}$ のとき，① から　$y=\frac{1}{5}$

ゆえに，$x=\frac{2}{5}$，$y=\frac{1}{5}$ のとき最小値 $\frac{1}{5}$ をとる．

$\boxed{13}$ [2001 明星大]

$2x-y=1$ から　$y=2x-1$ ……①

よって　$x^2-y^2=x^2-(2x-1)^2=-3x^2+4x-1$

$$=-3\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{1}{3}$$

これと①から，$x=\frac{2}{3}$，$y=2\cdot\frac{2}{3}-1=\frac{1}{3}$ のとき，x^2-y^2 は最大値 $\frac{1}{3}$ をとる．

$\boxed{14}$ [1998 久留米大]

長方形の 1 辺の長さを x cm とすると，その面積 $S\,\mathrm{cm}^2$ は

$$S=x(10-x)=-(x-5)^2+25\quad(0<x<10)$$

よって，$x=5$ のとき最大値は　${}^{ア}25\ \mathrm{cm}^2$

$9\leqq S\leqq 20$ のとき　$9\leqq x(10-x)\leqq 20$

　$x^2-10x+9\leqq 0$ から　$1\leqq x\leqq 9$　　　　　……①

　$x^2-10x+20\geqq 0$ から　$x\leqq 5-\sqrt{5},\ 5+\sqrt{5}\leqq x$　……②

短辺の長さ x cm は　$0<x<\frac{20}{4}$ ……③ でなければならないから，求める短辺の長さの範囲は ①～③ の共通範囲をとって　$1\leqq x\leqq 5-\sqrt{5}$

よって　${}^{イ}1$ cm 以上，$(5-\sqrt{5})$ cm 以下

$\boxed{15}$ [1998 麻布大]

(1)　単価を x 円，売り上げ個数を y とすると

　$(x-500):(2000-y)=10:50$ から　$2000-y=5(x-500)$

　ゆえに　$y=-5x+4500$

　よって　(売り上げ個数)$=-5\times$(単価)$+4500$

(2)　売上高を P 円とすると　$P=xy=4500x-5x^2=-5(x-450)^2+1012500$

　最大の売上高は，単価 450 円のとき　101 万 2500 円

$\boxed{16}$ [2006 佛教大]

$x^2-2\sqrt{3}x-1=0$ から

$$x=\frac{-(-\sqrt{3})\pm\sqrt{(-\sqrt{3})^2-1\cdot(-1)}}{1}=\sqrt{3}\pm 2$$

$\boxed{17}$ [2007 金沢工業大]

$4x^2-\sqrt{2}x-10=0$ を解くと

$$x=\frac{-(-\sqrt{2})\pm\sqrt{(-\sqrt{2})^2-4\cdot 4\cdot(-10)}}{2\cdot 4}=\frac{\sqrt{2}\pm\sqrt{162}}{8}=\frac{\sqrt{2}\pm 9\sqrt{2}}{8}$$

よって　　$x=\frac{5\sqrt{2}}{4}$，$-\sqrt{2}$

したがって，正の解は　　$x=\frac{5\sqrt{2}}{4}$