図書ニュース

大阪府立北野高等学校図書館
第1号
2019.5.21 発行
担当：物理科

私が専攻した“量子力学”や“相対論”“宇宙論”の本の紹介をしようと思いましたが、去年3年生の授業で紹介のプリントを作成・配布したので、今回は別の本を紹介します。もし、量子力学、相対論、宇宙論の紹介プリントがほしい人がいれば、私まで申し出てください。

今回は、数学の本を紹介します。

私が高校生のときは、勉強時間のほとんどを数学に費やしていました。同級生は数学科に進むと思っていたようです。しかし、物理を志していました。ガリレイは、“自然は数学の言葉で書かれている” と言いました。自然を理解するために数学が必要です。数学屋さんには叱られるかもしれませんが、数学はヒトが自然を捉えるための武器と思っています。別の見方をすれば、脳が理解できるようにしか、世界を理解できないとも言えますが・・・。

脱線しました。もちろん、数学自体も非常に魅力的です。大学数学の最初の洗礼はイプシロン・デルタ論法、解析学、複素関数論、線形代数、フーリエ変換・ラプラス変換、ベクトル・テンソル解析、多重積分、常微分方程式、群論、確率・統計、数値計算・・・。数学科であれば、更に位相空間論、集合論、数学基礎論、論理学、離散数学、微分幾何、グラフ理論、最適化・・・(分類は適当です。気にしないように)。もちろん、物理と関係します。ただ、大学でびっくりしたのは、高校数学のスタイルと違って、数学の体系ということを重視して論を進めている点でした。

閑話休題。本の紹介をしましょう。大学レベルの数学の本は別の機会にするとしましょう。専門書ではなく、今回は気楽に読める新書などの一般書を紹介します。なお、書名の後の（ ）内の数字は本校の図書館にある番号を示しています。

① 矢野健太郎　『数学質問箱』　ブルーバックス　1979年 （410／Y7／1）

いろんな数学の素朴な疑問に答えてくれる本です。ただ、紙数の関係で深いところまでの解説はないです。

② 矢野健太郎　『角の三等分』日本評論社　1984年 (414／Y1／2)

③ 野崎昭弘　『解ける問題　解けない問題』講談社　2009年　(『P≠NP問題』もよい)

④ 瀬山士郎　『不可能を証明する』青土社　2010年

⑤ 津田丈夫　『不可能の証明』共立出版　1985年

⑥ 中村亨　『ガロアの群論』ブルーバックス　2010年　(『数学21世紀の7大難問』もよい)

⑦ 小島寛之　『天才ガロアの発想力』技術評論社　2010年

⑧ 矢ケ部巌　『数Ⅲ式　ガロアの理論』現代数学社　1976年 (411／Y3／1)

⑨ ピーター・ペジック　『アーベルの証明』日本評論社　2005年

数学の魅力の１つに、“不可能なことを証明する”というのがあると思います。“√2や√3が無理数”であることの証明や“素数が無限にある”ことの証明（※ユークリッドのエレガントな解答には感動しました）をしたことがあるでしょう。ギリシアの三大作図問題の１つ“角の三等分の作図ができない”は②に詳しいです。作図の方法をきっちり定義しない（条件を少しゆるめる）と“作図”できてしまいます。また、3次・4次方程式の解の公式や“5次以上の方程式に解の公式がない”ことを証明したアーベルやガロアの理論なども面白いです。解がないことの証明には、対称性（群）を考えるという別の発想が必要でした。この考えを使うと、2次方程式の解の公式も違った視点で鑑賞できます。（一般に n 次方程式は、高々 n 個の解を持つということも証明できます。5次以上に解の公式がないにも関わらず、このようなことが分かるのが不思議でした。）また、対称性というアイデアは、ゲージ理論として素粒子の理解にも影響を与えました。

⑩ 野崎昭弘　『πの話』岩波書店　2011年

⑪ 金田康正　『πのはなし』東京図書　1991 年
⑫ ベックマン　『πの歴史』蒼樹書房　2006 年 （410／B11／1）
⑬ 平山諦　『円周率の歴史』大阪教育図書　1980 年
⑭ エイドリアン　『πとｅの話』青土社　2008 年

円周率のπやネイピア数ｅが、無理数であることの証明や超越数（有理係数の方程式の解にならない数）である証明など面白い。π＋e が無理数、超越数かどうかは未解決問題です。πを求める式として、例えば

$$\frac{\pi}{2}=\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdots \qquad \frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\cdots \qquad \frac{\pi^2}{6}=1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}+\cdots$$

など他にも表現の仕方が多数あります。どうしてこうなるのか、楽しめます。

⑮ マーカス・デュ・ソートイ　『素数の音楽』新潮社　2005 年、『数字の国のミステリー』
⑯ 黒川信重　『リーマン予想を解こう』技術評論社　2014 年

素数も面白いです。　ガウスの素数定理

$$\pi(x)=\frac{x}{\log_e x} \qquad \pi(x)\text{: }x\text{を超えない素数の数}$$ （xを無限に大きくしたときに成り立つ式）

やリーマン予想などを鑑賞するのも楽しいでしょう。

また、ゼータ関数を考えると　$1+2+3+\cdots=-\frac{1}{12}$

不思議な等式です。右辺は、分数です。しかも、負の数です。書き間違いではありません。もちろん、通常はこの式は間違いです。しかし、複素関数論の解析接続を考えると正当化することができます（オイラーの考察）。このアイデアは、朝永振一郎によって、場の量子論における発散の困難を取り除く“くり込み理論”で活かされています。そして、超多時間理論などを元に QED（量子電磁気学）の完成に貢献し、ノーベル物理学賞をシュインガー、ファインマンと共に受賞しています。

数学基礎論の金字塔、不完全性定理に興味があれば

⑰ ゲーデル　『不完全性定理』岩波文庫　2006 年 （ 081/I 1－9 /944－1 ）

いきなりは大変なので解説本として

⑱ 竹内薫　『不完全性定理とはなにか』ブルーバックス　2013 年
⑲ 高橋昌一郎　『理性の限界』講談社現代新書　2008 年 （116／T5／1）
⑳ 野崎昭弘　『不完全性定理』日本評論社　1996 年
㉑ 高岡詠子　『チューリングの計算理論入門』ブルーバックス　2014 年
㉒ ヒルベルト　『幾何学基礎論』ちくま学芸文庫　2005 年
㉓ 砂田利一　『新版　バナッハ・タルスキーのパラドックス』岩波書店　1997 年
㉔高橋昌一郎　『ゲーデルの哲学』講談社現代新書　1999 年

論理学に興味があれば

㉕野矢茂樹　『入門！論理学』中央公論社 2006 年(116／N8／1)、『無限論の教室』講談社現代新書　この方の『論理学』東京大学出版、『論理トレーニング』なども面白い。
㉖野崎昭弘　『逆説論理学』中公新書 1980 年、『詭弁論理学』中公新書 1976 年(116／N5／1)
㉗マーティン・ガードナー　『奇妙な論理Ⅰ、Ⅱ』ハヤカワ文庫　2003 年
㉘三浦俊彦　『論理パラドクス』二見書房　2002 年 （116／M2／ ）
㉙『数学パズル論理パラドックス』ニュートン別冊　2011 年

不完全性定理は面白いです。
第一不完全性定理：算術を含む数学は、無矛盾である限り、完全ではない。
第二不完全性定理：算術を含む数学は、無矛盾である限り、自分自身の無矛盾性を証明できない。

式で表現すると（記号の意味は置いといて）

$$F_n(n) = \neg \exists x P(x, n, n)$$

乱暴を承知で、言葉で書くと

“自分が証明できない”という内容の論理式が証明できない。よってこの論理式は正しい。つまり、正しいにもかかわらず、証明できないものがある。

と表現してもいいでしょう。

また、パラドクスとして有名な

“嘘つきパラドクス”:「クレタ人は嘘つきだ」とクレタ人が言った。本当は？

“ゼノンのパラドクス”の１つ“アキレスと亀”: アキレスと亀が競走をした。ただし、ハンデとしてアキレスは亀の後方からスタートする。アキレスがスタート時の亀の場所に来たときには、亀は少し進んでいる。更にこの亀の場所にアキレスが来たときには、亀はまた少し進んでいる。この繰り返しなので、アキレスは亀を追い抜けない。でも実際はそんなことはない。どこで間違ったのか？

ある解説書では、アキレスと亀のパラドクスを無限級数で説明しています。学生の頃はこれで納得していました。しかし、この説明はパラドクスを解決したというより、回避したというに過ぎないと主張することもできます。無限の手続きをいちいち検討することを省略して、“収束”するものとして扱うと取り決めただけにすぎないというのです。

更に、“無理数書き出し機械”というものを考えみましょう。この機械は、πの小数展開を計算し、最初の 10 秒でまず 3 と書き出し、次の 5 秒で 1 と書き、次の 2.5 秒で 4 と書き出すように設計された機械です。無限級数を念頭に、この機械が無理数の無限の小数展開を 20 秒後にはすべて書き出し尽くす、と云わなくてはならないでしょう。しかし、すべて書き出し尽くされたのでは、πはもう、無理数ではないことになってしまいます。このような反論にうまく答えることができなかった。でも、本を読んでいくと、これらを含めて、納得できる視点を与えてくれます。

クイズに興味があれば

㉚マーチン・ガードナー　『数学ゲーム　Ⅰ、Ⅱ』日本経済新聞社　2010 年

㉛子泓正直　『傑作！数学パズル 50』ブルーバックス　2010 年

少し毛色が違うところがありますが、数学者が書いた楽しい本として、

㉜森毅『居なおりのすすめ』筑摩書房 1993 年(410／M21／10)、『無限集合』共立出版　1976 年（選択公理など面白い）、**『数学受験術指南』中公新書　1981 年　（410/M21/7）**

森毅（2010 年に永眠）先生は、京大の名物教授で“森一刀斎”と異名をとった先生です。その他にも、**谷岡一郎『ツキの法則』『ギャンブルのからくり』、サイモン・シン『暗号解読』、仲田紀夫『数学トリック＝だまされまいぞ！』、矢野健太郎『幾何の有名な定理』、安田亨『入試数学　伝説の良問 100』、瀬山士郎『はじめての現代数学』、内山昭『計算機歴史物語』、逢沢明『ゲーム理論トレーニング』、吉田洋一『零の発見』、村田全『日本の数学・西洋の数学』、森下四郎『ピタゴラスの定理 100 の証明法』、佐藤健一『和算で遊ぼう！』、ベンジャミン『暗算の達人』**

暗号では、RSA 暗号、量子暗号、格子暗号など面白いです。ゲーム理論、計算機の仕組み、ミレニアム懸賞問題、暗算、プログラミングなどの情報技術などなど。この他にも、いい本がいろいろあります。ここでは紙面の関係で、書き切れませんでした。そうそう、確率・統計も抜け落ちています。統計は、天気予報の降水確率、南海トラフ地震の 30 年発生確率が 70％～80％という根拠にも使われています。さらに、保険料金、商品価格など経済や意志決定、さらには人工知能にも関わってきます。これらに関する本の紹介も機会があれば紹介しようと思っています。いい本･人と出会え、ときに深く考える時間を持てるといいですね。

次に、趣を変えて、数学について雑感を少し書きます。

私が高校生のときには、数学の勉強は『チャート式』のみしていました。それを文字通り、隅から隅まで

読んで、復習は何十回（数えられないぐらい）としました。それで入試は十分対応できました。（他に『大学への数学　解法の探究』（※今は絶版）ぐらいはしましたが。）チャート式だけで、通常の問題は、見ただけでだいたい解答への道筋は分かりました。いろいろなパターンを覚えていたから、当てはめるだけでした。それで、“数学は暗記科目だ”という人もいます。しかし、これでは大学以降で通用しにくいでしょう。

もし、いま私が高校生だったら、数学の勉強はつぎのようにすると思います。授業を大切にするのはもちろんです。それを踏まえて（※数学の先生には叱られるかもしれませんが、1つの考え方として各自で判断する材料としてください）、使う参考書・問題集は『赤チャート式』のみ（『青チャート』という手もあるが・・・。ひと昔前の青チャートならそれを薦めるが、今の青チャートは少し易しいかも）。これは、あまり変わりません。しかし、それに加えて『教科書』をじっくり読むことをすると思います。

なぜなら、チャート式方式、つまりパターンを覚えて当てはめるという方法では、大学では通用しません。公式などをその気になれば、自分で導けるようになっておくべきです。公式を導く考え方・発想も大切です。

例えば、弧度法での公式$l = r\theta$、$S = \frac{1}{2}r^2\theta$や三角関数の公式　$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ を導けますか？　教科書に書いてあります。三角関数の公式の方は、習っていないと思いますが、オイラーの公式　$e^{ix} = \cos x + i \sin x$　を使えば簡単に導けます。しかし、これを知らなくても教科書のように導ける。いろいろな解き方ができるのが大切です。さらにオイラーの公式をどのようにして導くかは大学でしてください。ところで、オイラーの等式　$e^{i\pi} + 1 = 0$ これは、数学者にとっては非常に美しい式とされています。基本的な数である e, i, π, 1 ,0 で表現されているためです。

π＝3.14159・・・。これを覚えるより、これを導けるようになることの方が大切です。求め方は教科書に出ていませんが、以前に東大の入試にこのような問題が出ました（「円周率が 3.05 より大きいことを証明せよ」）。出題当時は、“ゆとり教育”といわれπ≒3 と指導しているといわれていた時期です。（※これは、誤報で本当はπ≒3.14 とされていたようです。）これは、東大の主張だと推察します。つまり、π＝3 とかπ＝3.14 とかの数字を覚えることより、それを導けることがより重要であるということだと。

そもそも、「πは何ですか？」。これに的確に答えることはできるでしょうか？
「食べたらおいしいですよ。」と答えるとチコちゃんに「ぼ～と生きてんじゃ・・・」と叱られますよ。
因みに、通常の定義以外にも、サージ・ラングさんは『さあ数学しよう！』で“半径 1 の面積”をπと定義するのを薦めていました。面白いですね。

物理では、“宇宙はビッグバンで始まった”ということを知っていることよりも、なぜそのように言えるのか考えることです。“熱とは何か”“温度とは何か”説明できますか。

最近、AI という言葉をよく聞きます。（※2 年前の図書ニュースで AI について書いています。興味があれば北野高校 HP を見てください）AI vs 人間という構図の議論もよく聞きます。私は、「確率・統計のソフトウェアが入っていれば AI。このソフトが掃除機に入っていれば当然 AI だ。AI は意味を捉えるのが苦手。知能になる見込みは今のところない。シンギュラリティなんて来ない。」とする見方に立ちます。ただ、どう定義するかで変わってくるので・・・。ともかく、AI のような便利な道具が増えてくるでしょう。

何が言いたいのか。「～はなぜか」「～は何か」と問う能力が大切。また、問うことは、“定義”に関する問いも出てくることに気付くかも知れません。「～は進歩したか」「～は進化したか」という問いでは、“進歩”“進化”をどう捉えるか（定義するか）で議論の方向が変わるかも知れません。この問う力や批判的思考力、倫理などの力を養っているだろうか。

手っ取り早く覚えたことは、手っ取り早く忘れてしまいがちです。じっくりと考える時間を大切にしましょう。そして、チコちゃんに叱られるかも知れませんが、ぼ～とする時間や道草をすることも大切にしましょう。その間に無意識が頑張ってくれたり、別の景色が見えたりします。紙面が尽きました。言葉足らずや抜けているところ、カットしたところが、いろいろあります。また、機会があれば補強したいと思います。