

トランプの不思議

1. はじめに

私たちの身の回りには、気付かないところに数学が溢れています。様々な人に数学を身近に感じてもらおうと思い、トランプのリフルシャッフルを題材にしました。そして、カードの枚数とリフルシャッフルの回数の関係を明らかにし、それを単純な公式にしようと試みました。

さらに、リフルシャッフルを応用し、さらに親しみを持てるものとして、マジックについても研究しました。

2. 研究

(1) シャッフル

まず、整数についての基本的な考え方を学ぶために授業を受けました。その上で、トランプをリフルシャッフルすると、どのような結果になるかを推測してみました。

そして、実際に 4~52 枚のトランプを使って、リフルシャッフルを行った結果どのようになるかを調べました。しかし、実際にカードを使ってリフルシャッフルを行うと、予想以上に時間がかかってしまうので、コンピューターのエクセルを使っていろいろな枚数のトランプについてシャッフルの結果をシミュレーションしました。そして、調べた全てのトランプの枚数について共通点がないかを検討しました。

マジックについては、インターネットで題材を探しました。

(2) マジック

①一組のカードから、 2^n 枚の束を取る。

②それとは別に相手にそれ以下の枚数のカードを取ってもらう。相手が選んだ枚数を a 枚とする。($2^n \geq a$)

③相手に、 2^n 枚の束の上から a 番目のカードを覚えてもらう。
このカードを X とする。

④ 2^n 枚の束の上に a 枚のカードを重ねる。

⑤その $2^n + a$ 枚の束を、上のカードから順に「捨てる」「一番下に戻す」という行為を最後の一枚になるまで繰り返す。

すると相手の選んだカード X が最後に残る... (; ° Д°) というものです。

3. 結果

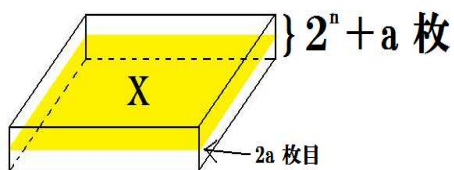
シャッフルについては、下の図のような結果となりました。

■枚数と復元回数（元の順に戻る回数）

2	2	28	28
4	4	30	5
6	3	32	10
8	6	34	12
10	10	36	36
12	12	38	12
14	4	40	20
16	8	42	14
18	18	44	12
20	6	46	23
22	11	48	21
24	20	50	8
26	18	52	52

ここで、この表について何か共通点がないか考えた結果、すべてに共通する公式は導き出せませんでした。一部のカードの枚数にあてはまる公式を見つけました。

それが、 2^n 枚の時、 $2n$ 回で復元するというものです。
マジックについては、



この状態から、捨てる、戻すの一連の行為を a 回したとする。すると、 2^n 枚が手元に残る。次に先程の行為を、残った 2^n 枚の束で 2^{n-1} 回繰り返すと、 2^{n-1} 枚が手元に残る。同様にこの時も X が一番下になる。これを繰り返していくと、残る枚数は 2^{n-1} 枚、 2^{n-2} 枚、 2^{n-3} 枚、.....、 2^0 枚 という風になり、どの場合も X が一番下に残るので、最後のカードは X となる。

○. 参考文献ならびに参考 Web ページ

数学博物館 すうじあむ <http://suseum.jp/gq/question/140>