

兄数の拡張

数学班 新井 克典

1. はじめに

研究を始めるに当たって最初に思い浮かんだのは「誰でも分かる」ということです。

難しいことをするとあまり理解してもらえないことが嫌だと考えたからです。

そして調べていった結果見つけたのが兄数です。

兄数とは、ある自然数をいくつかの自然数の和の形にし、その自然数を全て

掛け合わせてできる数の最大値のことで実際に自然数 $N, a, b, \dots (N > a, b, \dots)$ を用いて表すと

$N = a + b + \dots$ のとき、 $a \times b \times \dots$ の最大値のことで

僕は上記の a, b, \dots の範囲を自然数から正の数に拡張したものについて調べようと思いました。

2. 研究方法

まず、自然数 N に具体的な数を代入していき、その結果から兄数を求める方程式を考えました。

その後、その方程式を用いて本当にその値が兄数になるのかを調べようと思いました。

3. 結果

兄数を求める方程式の解から兄数がどのような規則性かをグラフを用いて表した。

しかし、その値は実際の兄数とずれが生じてしまった。

兄数を N とすると

$$N = f(x) = \left(\frac{N}{x}\right)^x \text{と表せる。}$$

ここで $dx f(x)$ について考える。

$$dx f(x) = \left(\frac{N}{x}\right)^x \times (\log \frac{N}{e} - \log x)$$

$dx f(x) = 0$ のとき

$$\left(\frac{N}{x}\right)^x \neq 0 \text{であるから}$$

$$\log \frac{N}{e} - \log x = 0 \text{となる。}$$

したがって

$$\log x = \log \frac{N}{e} \text{となるから}$$

$$x = \frac{N}{e}$$

このとき N は最大値をとる。

よって、 x が $m < \frac{N}{e} < m + 1$ となるとき、

$x = m$ または $x = m + 1$ のどちらかのときに N は最大値をとる。

N	5	6	7	8	9	10	11	12
X	2	2	3	3	3	4	4	4

1	1	1	1	1	1	1	2
3	4	5	6	7	8	9	0
5	5	6	6	6	7	7	7

2	2	2	2	2	2	2	2
1	2	3	4	5	6	7	8
8	8	9	9	9	10	10	10

$e = 2.71828$ とする。

$N = 8n - 3, 8n - 2$ のとき

兄数は $(\frac{8n-3}{2+3n})^{2+3n}, (\frac{8n-2}{2+3n})^{2+3n}$ となる。

$N = 8n - 1, 8n, 8n + 1$ のとき

兄数は $(\frac{8n-1}{3+3n})^{3+3n}, (\frac{8n}{3+3n})^{3+3n}, (\frac{8n+1}{3+3n})^{3+3n}$ となる。

$N = 8n + 2, 8n + 3, 8n + 4$ のとき

兄数は $(\frac{8n+2}{4+3n})^{4+3n}, (\frac{8n+3}{4+3n})^{4+3n}, (\frac{8n+4}{4+4n})^{4+4n}$ となる。

実際に $N = 100$ を代入してみると、

$$100 = 8 \times 12 + 4 \text{ であるから}$$

$$\left(\frac{100}{52}\right)^{52} = 8271806125530276, \dots$$

また、 $100 \div e = \text{約 } 36,7$

よって $x = 36, x = 37$

予想した式では

$$x = 40$$

であったから兄数がずれてしまいました。

4. 課題

なぜ解がずれたかをしらべる。

解がずれてしまわないような式を考える。