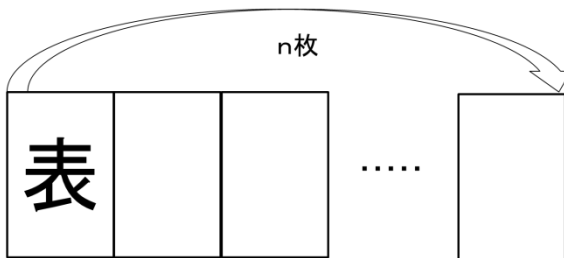


## 郵便切手の問題の解決に迫る

### 1. はじめに

郵便切手の問題とは  $n$  枚の横に繋がった物切手を左上が表になるように折る方法は何通りか、という未解決問題である。この未解決問題を一步でも解決に近づけたいと思った。



### 2. 注脚

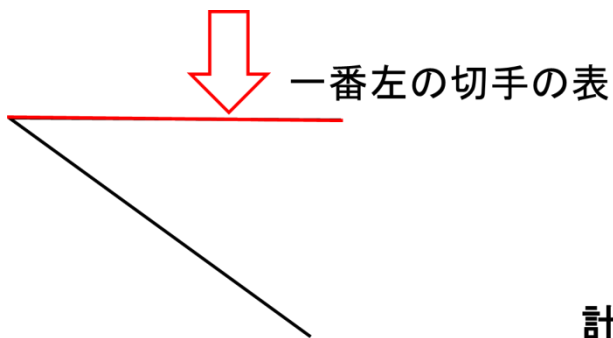
$n$  枚のときの切手の折り方の総数を  $f(n)$  通りとおく。  
ただし切手は 2 枚以上繋がってないと折ることが出来ないので  $n \geq 2$ 。

### 3. 研究の流れ

- (1)  $f(2) \sim f(6)$  までをすべて折ってみて何通りの折り方があるのかを調べる。
- (2)  $f(2) \sim f(6)$  から何らかの規則性を見つける。
- (3) 見つけた規則性から式を立て、数えるのを簡単にする。

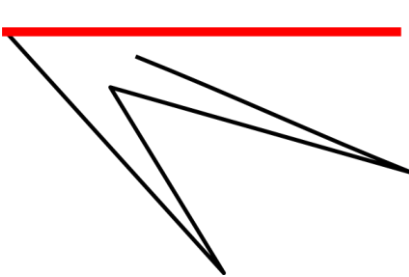
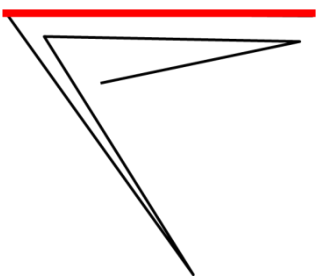
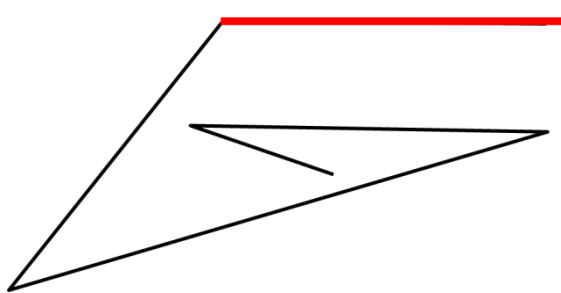
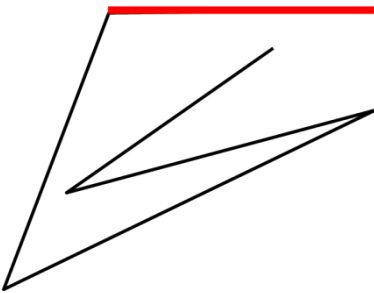
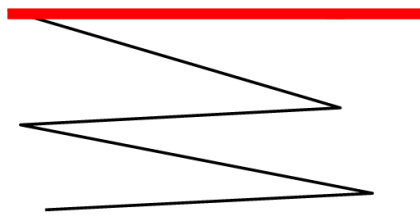
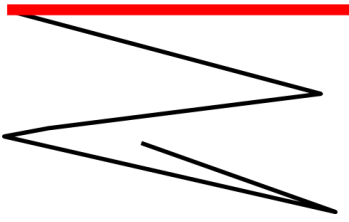
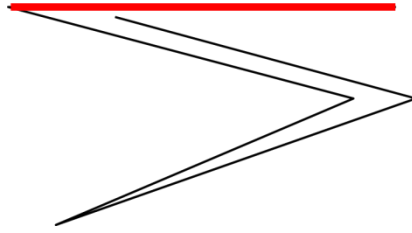
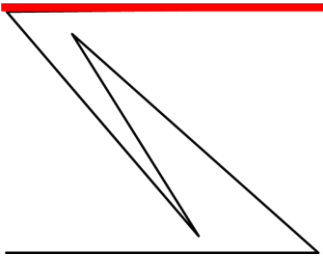
### 4. 研究内容

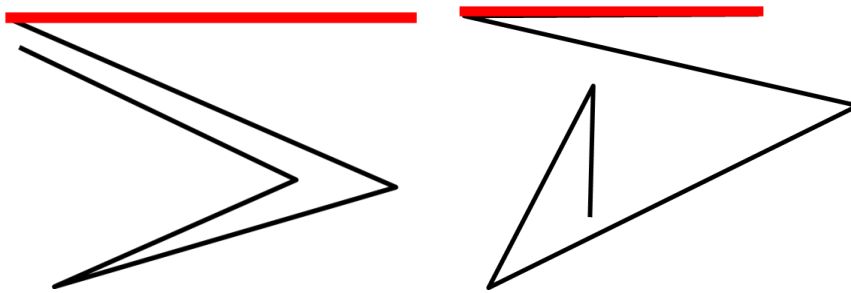
- (1)  $f(2) \sim f(6)$  まではすべて折ってみて求める。  
 $f(2) = 1, f(3) = 2, f(4) = 4, f(5) = 10, f(6) = 24, f(7) = 66$  となった。  
なお以下は参考のために  $f(2)$ 、 $f(5)$  の折り方を模式図で表した図である。  
 $f(2)$  の場合



計 1通り

f (5) の場合





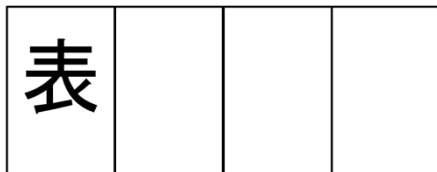
(2)  $f(2) \sim f(6)$  から何らかの規則性がないかを調べる

$f(n)$  を実際に折って求めるのは時間がかかり、間違いも多くなるので  $f(n)$  は  $f(n-1)$  を使って表すことにより簡単に数えられるのではないかと考えた。

しかし  $n=5$  以降は成り立たなくなったので何か原因があると仮説を立てた。

例,  $n=4$  のとき

↓ 一番左端を表にするので  
山折りでないといけない



1 番左端の折り目は左端の切手が表になるためには山折りでなくてはならない。残りの折り目はすなわち  $(n-2)$  個の折り目は、山折り・谷折りどちらでも可能である。

$(n-2)$  個の折り目は、山折り・谷折りどちらでも可能なので山折りか谷折りかの 2 通りつまり  $f(n) = 2^{n-2}$  (通り) と表せる。

$n=4$  のときは  $f(4) = 2^2 = 4$  となり、 $f(4) = 4$  が成り立つ。

$n=3, 4$  のときは  $f(n) = 2^{n-2}$  (通り) が成り立った。

切手を一枚増やしたとき、一番右端の切手を山折りするか谷折りするか 2 通りなので  $f(n+1) = 2f(n) \dots \textcircled{1}$  と表せるのではないかと考えた。

しかし先ほど述べたように  $n=5$  以降は  $\textcircled{1}$  で表せない折り方が出てくる。

よって  $n=4$  以降は  $f(n+1) = 2f(n) + \alpha_n$  となると推測された。 $\alpha_n$  は一番右端の切手と 2 番目に右端の切手が重ならないように他の紙が折りこまれている折り方だと分かった。

(なぜなら  $\textcircled{1}$  の折り方は右端の切手を山折りまたは谷折りして右から 2 枚目の切手に重なるように折っている)

実際に折って、 $\alpha_4 = 2, \alpha_5 = 4, \alpha_6 = 18$  と分かった。

## 5. 結論

$f(n+1)$ は $f(n)$ を用いて求めることができた。  
 $f(n+1)=2f(n)+\alpha_n$ の式を使うことで、 $\alpha_n$ は自分で求めなければならないが  
 $f(n+1)$ を求めやすくなった。

## 6. 課題

$\alpha_n$ の教え方をより簡略化し、 $f(8)$ 以降も同じ考え方で求める。  
また $f(n+1)$ を求めるには $\alpha_4\sim\alpha_n$ をすべて実際に折って求めなければならないので  
時間がかかるので、最終的には $\alpha_n$ を実際に折って求めるではなく計算式で求められるよ  
うにし $f(8)$ 以降をすべて計算で求めたい。

参考文献 <http://www.ms.unimelb.edu.au/~iwan/meanders/series/semi.meanders.ser>